

বুয়েট, বুটেক্স, চুয়েট, কুয়েট, বুটেক্স, MIST এর বিগত বছরের লিখিত প্রশ্ন সম্বলিত একমাত্র বই

# ইঞ্জিনিয়ারিং রিটেন

ইঞ্জিনিয়ারিং [বুয়েট, বুটেক্স, MIST] লিখিত ভর্তি সহায়িকা

## ফর্মুলা এনালাইসিস - প্রশ্নব্যাংক - সেলফ টেস্ট - পূর্ণাঙ্গ মডেল টেস্ট

- সাম্প্রতিক মূল পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান সম্বলিত একমাত্র বই।
- গুরুত্বপূর্ণ ফর্মুলা ও টপিকগুলো রিভিশনের জন্য রয়েছে ফর্মুলা এনালাইসিস।
- অধ্যয়নভিত্তিক ইঞ্জিনিয়ারিং এর বিগত বছরগুলোর প্রশ্নের ব্যাখ্যা ও প্যারালাল তথ্য।
- নিজেকে যাচাই করার জন্য রয়েছে অধ্যয়নভিত্তিক সেলফ টেস্ট।
- ইঞ্জিনিয়ারিং ভর্তি পরীক্ষা অনুরূপ পূর্ণাঙ্গ মডেল টেস্ট।
- পূর্ণাঙ্গ মডেল টেস্ট নিজে উত্তর করার জন্য জায়গা নির্দিষ্ট করে দেওয়া হয়েছে।

সংক্ষিপ্ত না পূর্ণাঙ্গ সিলেবাস ?

Admission	Physics Short/Total	Chemistry Short/Total	H.Math Short/Total	Percentage
BUET	13/13	13/13	14/14	100%
BUTEX	10/10	10/10	10/10	100%
MIST	12/12	8/8/	16/16	100%

বিগত বছরের সার্কুলার এবং প্রশ্নের আলোকে আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি, আমাদের প্রস্তুতি হবে সংক্ষিপ্ত সিলেবাসে। তবে সেইফ থাকার জন্য আমরা রিলেটেড কিছু এক্সট্রা টপিকের উপর পড়াশোনা করব- ততটুকু আলোচনা “ENGINEERING WRITTEN” বইটিতে চ্যাপ্টারওয়াইজ সংযুক্ত করে দেওয়া হয়েছে।

দি নেটওয়ার্ক  
রিসার্চ এন্ড পাবলিকেশন্স



আসপেক্ট সিরিজ  
পাঠ্যবইকে সহজ করার প্রয়াস

১০১/এ, গ্রীণরোড, ফার্মগেট, ঢাকা।

প্রয়োজনে:

মো. হোসেন আলী [০১৭১৩ ৫৪১৬১৫]

অফিস: ০১৭১৩ ২৬০৭২১-২৬

page : facebook.com/Aspectadmission

group : facebook.com/groups/aspectseries

e-mail: aspectseries@gmail.com

www.edunetworkbd.com

# প্রকাশনায়:

## দি নেটওয়ার্ক রিসার্চ এন্ড পাবলিকেশন্স

### সম্পাদনায়

মো. ফজলে রাহাদ

### সম্পাদনা সহযোগিতায়

রসায়ন	: মোঃ হোসেন আলী ও আরাফাত রহমান আকিব লেখক, আসপেক্ট সিরিজ
গণিত	: মোঃ রিয়াদ হোসেন ও মাহমুদুল হাসান ফাহিম লেখক, আসপেক্ট সিরিজ
পদার্থ	: মুঃ তাসনীম ফিরদাউস (তাকিব) এবং মো. শাহরিয়ার ইসলাম সম্পাদক, লেখক, আসপেক্ট সিরিজ
ইংরেজি	: ফয়সাল আহমেদ তুর্য এবং শাকিল আহমেদ, লেখক ও সম্পাদক, আসপেক্ট সিরিজ

### প্রকাশকাল:

প্রথম প্রকাশ: ফেব্রুয়ারি ২০২৩

দ্বিতীয় সংস্করণ: নভেম্বর ২০২৩

প্রকাশক	: অ্যাডভোকেট আলফিনা কালাম
গ্রন্থস্বত্ব	: প্রকাশক কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত
বর্ণবিন্যাস ও প্রচ্ছদ	: দি নেটওয়ার্ক কম্পিউটারস
প্রচ্ছদ গ্রাফিক্স	: দি নেটওয়ার্ক গ্রাফিক্স স্টেশন, ঢাকা-১২১৫
মূল্য	: ৬৭২.০০ (ছয়শত বাহাত্তর টাকা) মাত্র

[www.edunetworkbd.com](http://www.edunetworkbd.com) ভিজিট করে সকল লাইব্রেরির নাম, ঠিকানা ও ফোন নম্বর জেনে নিন

ভর্তি বিষয়ক যে কোন আপডেট পেতে  
facebook.com/aspectadmission

অনলাইনে অর্ডার করতে  
www.edunetworkbd.com

সরাসরি অর্ডার করতে  
৩০১৭৬-৪৬৬২০০

আমাদের | ঘরে বসে কুরিয়ারে বই পেতে তোমার নাম, উপজেলা, জেলা ও বইয়ের নাম, সংখ্যা লিখে **SMS** করুন  
সেবা | এবং নির্ধারিত টাকা বিকাশ করুন: ০১৬০১-৪৬৬২০০(মার্চেন্ট) ১সেট নিলে কুরিয়ার সার্ভিস চার্জ সম্পূর্ণ ফ্রি

সতর্কীকরণ: প্রকাশকের লিখিত অনুমতি ব্যতীত এই বইয়ের অংশ বিশেষ বা ছবছ নকল করে বা ফটোকপি করে প্রকাশ ও প্রচার বাংলাদেশ কপিরাইট আইনানুযায়ী সম্পূর্ণ অবৈধ ও দণ্ডনীয় অপরাধ।  
অবশ্য গবেষণা, ব্যক্তিগত পড়াশোনা এবং প্রশ্নপত্র প্রণয়নের ক্ষেত্রে এই বিধি-নিষেধ প্রযোজ্য নয়।

**Practice Makes Perfect**

# স্মৃতিপত্র

## Part - A: সাম্প্রতিক প্রশ্ন ও ফর্মুলা এনালাইসিস

★ বুয়েট লিখিত ভর্তি পরীক্ষা ২০২২-২৩ ও ২০২১-২২	01-12
★ বুটেক্স লিখিত ভর্তি পরীক্ষা ২০২২-২৩ ও ২০২১-২২	13-21
★ MIST লিখিত ভর্তি পরীক্ষা ২০২২-২৩	22-25
★ বিষয়ভিত্তিক ফর্মুলা এনালাইসিস	26-70

## Part - B: সাজেশন - প্রশ্নব্যাংক - সেলফ টেস্ট

● গণিত ১ম পত্র	71-133
● গণিত ২য় পত্র	134-180
● পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র	181-216
● পদার্থবিজ্ঞান ২য় পত্র	217-255
● রসায়ন ১ম পত্র	256-285
● রসায়ন ২য় পত্র	286-335

## Part - C: পূর্ণাঙ্গ মডেল টেস্ট

➤ বুয়েট লিখিত স্পেশাল মডেল টেস্ট-০১	337-349
➤ বুয়েট লিখিত স্পেশাল মডেল টেস্ট-০২	350-362
➤ বুটেক্স স্পেশাল মডেল টেস্ট-০১	363-373
➤ বুটেক্স স্পেশাল মডেল টেস্ট-০২	374-384
➤ MIST স্পেশাল মডেল টেস্ট	385-391
➤ উত্তরপত্র	392-404

- ভর্তির গাইডলাইন
- ভর্তির তথ্যকণিকা
- বইয়ের কনটেন্ট ও প্রাপ্তিস্থান

ভর্তি বিষয়ক পূর্ণাঙ্গ  
প্রস্তুতির জন্য ভিজিট করো  
[www.edunetworkbd.com](http://www.edunetworkbd.com)



যুক্ত থাক আসপেক্ট সিরিজের সাথে

f page [facebook.com/aspectadmission](https://facebook.com/aspectadmission)

f Group: ASPECT-Admission Solution

Practice Makes Permanent

সিগন্যাল সনাক্তিক পাইপলাইন  
প্রশ্নব্যাংক • ক্লাস • পরীক্ষা • PDF • তথ্য • কোর্স • কেয়ার

Varsity	আবেদন যোগ্যতা	সিলেকশন পদ্ধতি
BUET	SSC তে GPA 4.00/5.00 এবং HSC তে GPA-5.00 এবং H.Math এ 200 নম্বরের মধ্যে ন্যূনতম 170 এবং Physics, Chemistry, বিষয়ে 400 নম্বরের মধ্যে ন্যূনতম 372 থাকতে হবে।	সঠিক আবেদনকারীর মধ্যে থেকে ১ম ১৮ হাজার শিক্ষার্থীকে প্রিলিমিনারি ভর্তি পরীক্ষায় অংশগ্রহণের সুযোগ পাবেন। প্রিলিমিনারি পরীক্ষা দুই শিফটে অনুষ্ঠিত হবে। প্রতি শিফটের মেধাক্রম অনুসারে প্রথম ৩ হাজার নিয়ে মোট ৬ হাজার শিক্ষার্থী মূল লিখিত পরীক্ষায় অংশগ্রহণের সুযোগ পাবে। প্রিলিমিনারি পরীক্ষায় সুযোগের ক্ষেত্রে পদার্থ ও রসায়নের মোট মার্কস প্রাধান্য পাবে।
BUTEX	SSC ও HSC প্রতিটিতে ন্যূনতম জিপিএ 4.50 এবং HSC তে Physics, Chemistry, H.Math, English চারটি বিষয়ে ন্যূনতম মোট GPA-19 (প্রতিটিতে ন্যূনতম GPA-4.00 থাকতে হবে)	HSC তে Physics, Chemistry, H.Math, English এই চার বিষয়ে প্রাপ্ত মোট নম্বরের ভিত্তিতে মেধা তালিকা তৈরি করবেন। এই মেধাস্থান হতে প্রথম ০৬ হাজার শিক্ষার্থীদের ভর্তি পরীক্ষায় অংশগ্রহণের সুযোগ দিবেন।
MIST	SSC তে ন্যূনতম জিপিএ 4.0 (৪র্থ বিষয় ব্যতীত) এবং HSC তে Physics, Chemistry, H.Math, English চারটি বিষয়ে ন্যূনতম মোট GPA-17 থাকতে হবে)	বোর্ড পরীক্ষার ফলাফলের ভিত্তিতে সর্বমোট ১০০০০ জন (২ হাজার সেকেন্ড টাইমার) শিক্ষার্থীকে ভর্তি পরীক্ষায় অংশগ্রহণের সুযোগ দেয়া হবে।

### বিষয়ভিত্তিক (লিখিত) মানবন্টন

Varsity	Marks Distribution	Time	Negative	Calculator
BUET	Phy=13×10, Chem=13×10, Math=14×10 Total=400 Marks	2 H	-	Yes
BUTEX	Phy=10×6, Chem=10×6, Math=10×6, Eng=4×5 Total=200 Marks	2 H		
MIST	Phy=12×5, Chem=8×5, Math=16×5, Eng=4×5 Total=200 Marks	3 H		

### বিশ্ববিদ্যালয়ভিত্তিক আসন সংখ্যা

Varsity	Seat Number	Second Timer
BUET	1305	Not Allowed
BUTEX	600	Not Allowed
MIST	860	Allowed [Negative 5%]





## বাংলাদেশ প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয়

প্রথম বর্ষ স্নাতক (সম্মান) শ্রেণির ভর্তি পরীক্ষা ২০২২-২০২৩

লিখিত

### গণিত

01.  $\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (Bx + A)(x - A)^2$  হলে A ও B এর মান কত?

**Solve**  $\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix}$   
 $= \begin{vmatrix} 5x-4 & 2x & 2x \\ 5x-4 & x-4 & 2x \\ 5x-4 & 2x & x-4 \end{vmatrix} [c_1 = c_1 + c_2 + c_3]$   
 $= (5x-4) \begin{vmatrix} 1 & 2x & 2x \\ 1 & x-4 & 2x \\ 1 & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (5x-4) \begin{vmatrix} 1 & 2x & 2x \\ 0 & -(x+4) & 0 \\ 0 & 0 & -(x+4) \end{vmatrix}$   
 $[ \because r_2' = r_2 - r_1; r_3' = r_3 - r_1 ]$

$= (5x-4)(x+4)^2$   
 $(Bx + A)(x - A)^2$  এর তুলনা করে পাই; অতএব,  $A = -4$  এবং  $B = 5$

02. A (4, 2k + 1), B (k, 4) এবং C (3k + 2, 2k) বিন্দুর ক্ষেত্রফল 3 হলে ত্রিভুজের লম্ব বিন্দু নির্ণয় করে। [ধরে নাও, k পূর্ণসংখ্যা]

**Solve** A (4, 2k + 1), B (k, 4), C (3k + 2, 2k)  
 দেওয়া আছে, ক্ষেত্রফল = 3sq units =  $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & k & 3k+2 \\ 2k+1 & 4 & 2k \\ 2k+1 & 2k+1 & 2k \end{vmatrix} = 3$   
 $\frac{1}{2} \{ 16 + 2k^2 + (3k + 2)(2k + 1) - (2k^2 + k + 12k + 8 + 8k) \} = 3$   
 $\Rightarrow 16 + 2k^2 + 6k^2 + 7k + 2 - 2k^2 - 21k - 8 - 6 = 0$   
 $\Rightarrow 6k^2 - 14k + 4 = 0 \Rightarrow 3k^2 - 7k + 2 = 0 \Rightarrow (3k - 1)(k - 2) = 0$   
 $k = 2, k = \frac{1}{3}$  কিন্তু  $(k \in \mathbb{Z}) \therefore k = 2$

স্থানাঙ্ক A (4, 5); B (2, 4); C (8, 4)

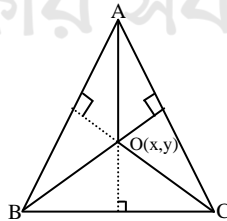
ধরি, লম্ববিন্দু O(x, y)।

AB ও OC পরস্পর লম্ব হওয়ায়,  $m_{AB} \times m_{OC} = -1$

$\Rightarrow \frac{5-4}{4-2} \times \frac{y-4}{x-8} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{x-8} = -2$

$\Rightarrow y - 4 + 2(x - 8) = 0$

$\Rightarrow 2x + y = 20 \dots (i)$



আবার, AC ও OB পরস্পর লম্ব বলে,  $m_{AC} \times m_{OB} = -1$

$\Rightarrow \frac{5-4}{4-8} \times \frac{y-4}{x-2} = -1 \Rightarrow \frac{y-4}{x-2} = 4 \Rightarrow y - 4 = 4x - 8$

$\Rightarrow 4x - y = 4 \dots (ii)$

(i) ও (ii) হতে নির্ণেয় লম্ববিন্দু  $(x, y) \equiv (4, 12)$

03. অর্ধবৃত্তাকার সুড়ঙ্গের ব্যাসার্ধ 12m এর মধ্যবিন্দু হতে 10m দূরে উচ্চতা নির্ণয় কর।

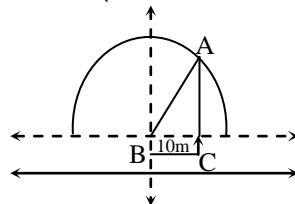
**Solve** ব্যাসার্ধ,  $r = 12m$

বৃত্তের ব্যাসের উপর কেন্দ্র (B) হতে 10m

দূরত্ব C বিন্দুতে লম্ব টানা হলে তা বৃত্তকে

A বিন্দুতে ছেদ করে এবং এটি একটি

সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে।



অতএব,  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} \Rightarrow AC = \sqrt{(12)^2 - (10)^2} \Rightarrow AC = \sqrt{44}$

$\therefore AC = 6.633m \therefore$  মধ্যবিন্দু হতে 10m দূরত্ব উচ্চতা 6.633m.

04. a এর বাস্তব মান  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 2e^{-5x} + ax}{x^2}$  লিমিটটি অস্তিত্বশীল হবে? a এর সীমার মানও নির্ণয় কর।

**Solve** L.H.S =  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 2e^{-5x} + ax}{x^2}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{2x} + 10e^{-5x} + a}{2x}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8e^{2x} - 50e^{-5x}}{2} = \frac{8 \times 1 - 50 \times 1}{2} = -21$

R.H.S =  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 2e^{-5x} + ax}{x^2} = -21$  [অনুরূপভাবে]

$\therefore$  L.H.S = R.H.S সুতরাং লিমিট বিদ্যমান যার মান -21।

এখন,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 2e^{-5x} + ax}{x^2} = -21$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{2x} + 10e^{-5x} + a}{2x} = -21$

$x = 0$  এর জন্য;  $4e^{2x} + 10e^{-5x} + a = 0$

$\Rightarrow 4 + 10 + a = 0$

$\Rightarrow a = -14$

05.  $y = (x + \sqrt{1+x^2})^{20}$  হলে  $\frac{d^2y}{dx^2}$  এর মান নির্ণয় কর যখন,  $x = 0$ .

**Solve** এখানে,  $y = (x + \sqrt{1+x^2})^{20}$  [ $x = 0$  হলে,  $y = 1$ ]

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 20(x + \sqrt{1+x^2})^{19} \left\{ 1 + \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} \right\}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 20(x + \sqrt{1+x^2})^{19} \left\{ \frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\sqrt{1+x^2}} \right\}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{20y}{\sqrt{1+x^2}}$  [ $y = (x + \sqrt{1+x^2})^{20}$ ;  $x = 0$  হলে,  $\frac{dy}{dx} = 20$ ]

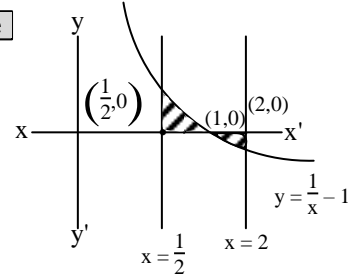
$\Rightarrow \sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} = 20y$

$\Rightarrow \sqrt{1+x^2} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} \times 2x = 20 \frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow 1 \frac{d^2y}{dx^2} + 0 = 20 \times 20$  [ $x = 0$  বসিয়ে]  $\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = 400$

06.  $y = \frac{1}{x} - 1$ ,  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = 2$  এবং x অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

**Solve**



Area =  $\int_{1/2}^1 \left( \frac{1}{x} - 1 \right) dx + \int_1^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) dx$

=  $[ \ln x - x ]_{1/2}^1 + [ x - \ln x ]_1^2$

=  $\ln 1 - 1 - \ln(0.5) + 0.5 + 2 - \ln 2 - 1 + \ln 1 = 0.5 = \frac{1}{2}$  বর্গ একক।

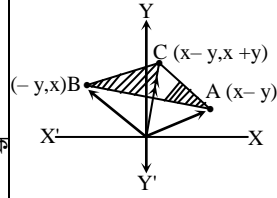
07.  $z, iz, z + iz$  ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

**Solve**  $z = x + iy$

$$iz = i(x + iy) = ix + i^2 y = -y + xi$$

$$z + iz = x + iy - y + ix = x - y + i(x + y)$$

স্থানাঙ্ক তিনটি A (x, y), B(-y, x) এবং C(x-y, x+y) ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক নিয়ে।



$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -y & x & 1 \\ x & y & 1 \\ x-y & x+y & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -x & -y & 0 \\ y & -x & 0 \\ x-y & x+y & 1 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} r'_1 = r_1 - r_3 \\ r'_2 = r_2 - r_3 \end{bmatrix}$$

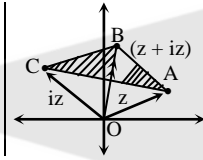
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \{(-x) \times (-x)\} - \{(-y) \times (y)\} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) = \frac{1}{2} |z|^2 \text{ sq Unit}$$

[ $\because$  z এর মডুলাস,  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ]

বিকল্প সমাধান: আর্গন ডায়াগ্রামে,  $z = \vec{OA}$

$$iz = \vec{OC}; \angle AOC = 90^\circ$$

[ $\because$  z কে i দ্বারা গুণ করলে  $90^\circ$  কোণে ঘুরে যায়]

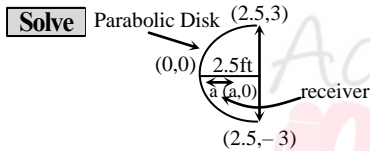


$\vec{OB} = z + iz$ ,  $\therefore \vec{OB}, \vec{OA}$  ও  $\vec{OC}$  এর লব্ধি

$\therefore OA = OC = |z| \therefore OABC$  একটি বর্গ

$$\therefore \Delta OABC = |z|^2 \therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \times OABC = \frac{1}{2} |z|^2 \text{ বর্গ একক}$$

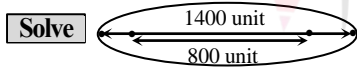
08. পরাবৃত্তাকার ডিস্ক এর ব্যাস 6 এবং গভীরতা 2.5ft হলে রিসিভার ফোকাসে রাখলে কেন্দ্র থেকে এর দূরত্ব নির্ণয় কর।



ধরি, পরাবৃত্তের সমীকরণ,  $y^2 = 4ax \Rightarrow (3)^2 = 4a \times 2.5$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{10} \therefore \text{রিসিভারটি কেন্দ্র হতে } \frac{9}{10} \text{ ft দূরত্বে অবস্থিত।}$$

09. উপবৃত্তের দুটি শীর্ষের দূরত্ব 1400 মিলিয়ন km এবং উপকেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 800 মিলিয়ন km হলে উপবৃত্তের সমীকরণ বের কর।



এখানে,  $2a = 1400$  এবং  $2ae = 800$

$$\therefore a = 700 \therefore e = \frac{800}{2a} = \frac{8}{14}$$

$$\therefore b^2 = a^2 (1 - e^2) = (700)^2 \left(1 - \frac{8^2}{14^2}\right) = 330000 \text{ km}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(700)^2} + \frac{y^2}{330000} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{490000} + \frac{y^2}{330000} = 1$$

[x ও y উভয় অক্ষে 1 একক = 1 মিলিয়ন কিলোমিটার।]

10.  $x^2 - 9x + 8 = 0$  সমীকরণটি  $\exp(\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^8 x + \dots \dots \dots \infty)$

$\ln 2$  দ্বারা সিদ্ধ হলে  $\frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$  এর মান কত? ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ )

$$\text{[Solve]} x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 1, 8$$

$$\text{এখন, } \exp(\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^8 x + \dots \dots \dots \infty) \ln 2$$

$$= (e^{\ln 2})^{\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^8 x + \dots \dots \dots \infty} \therefore e^{\ln x} = x$$

$$= \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x} = 2^{\tan^2 x}$$

$$\text{শর্তমতে, } 2^{\tan^2 x} = 1, 8$$

$$\text{এখন, } 2^{\tan^2 x} = 1 = 2^0 \Rightarrow \tan^2 x = 0 \therefore x = 0 \text{ [যা অগ্রহণযোগ্য, } 0 < x < \frac{\pi}{2}]$$

$$\text{আবার, } 2^{\tan^2 x} = 8$$

$$\Rightarrow 2^{\tan^2 x} = 2^3 \Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan x = \sqrt{3} \left[ 0 < x < \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

11.  $\cos^3 x - \frac{1}{2} \sin 2x = 1 + \sin^3 x$  হলে সমাধান করো।

$$\text{[Solve]} \cos^3 x - \frac{1}{2} \sin 2x = 1 + \sin^3 x$$

$$\Rightarrow \cos^3 x - \sin^3 x - \frac{1}{2} 2 \sin x \cos x - 1 = 0 \quad [\because \sin 2A = 2 \sin A \cos A]$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)(\cos^2 x + \sin^2 x + \sin x \cos x) - 1 - \sin x \cos x = 0$$

$$[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)(1 + \sin x \cos x) - (1 + \sin x \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \sin x \cos x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$$

$$\text{এখন, } 1 + \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = -1$$

$$\Rightarrow \text{এটি গ্রহণযোগ্য নয় কারণ, } -\frac{1}{2} \leq \sin x \cos x \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{অথবা, } \cos x - \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x - \sin x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } \sqrt{2} \text{ দ্বারা ভাগ করে পাই}]$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sin \frac{\pi}{4} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos \left( \frac{\pi}{4} + x \right) = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} + x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = 2n\pi - \frac{\pi}{2} \therefore x = 2n\pi; n \in \mathbb{Z}$$

12. একটি 2x লম্বা লাঠি (ওজন w) ২টি খুঁটির উপর আছে। আলাদা ভাবে  $W_1$  ও  $W_2$

উভয় প্রান্তে রাখলে ভারসাম্য থাকে। খুঁটি দুটির দূরত্ব y হলে  $\frac{x}{y}$  এর মান বিভিন্ন ওজনের

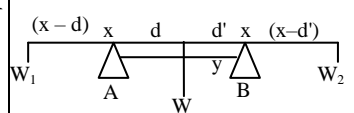
মাধ্যমে প্রকাশ কর।

**[Solve]** যখন, শুধু  $w_1$  ওজন ঝুলানো হয় তখন লব্ধি A খুঁটির উপর হলে,  $w_1$  (x-d) = wd

$$\Rightarrow w_1 x - w_1 d = d = \frac{w_1 x}{w + w_1}$$

একইভাবে, ডানপাশে শুধু  $w_2$  ওজন

$$\text{ঝুলানো হলে, } d' = \frac{w_2 x}{w + w_2}$$



$$\text{এখন, } d + d' = \frac{w_1 x}{w + w_1} + \frac{w_2 x}{w + w_2} \Rightarrow y = \left( \frac{w_1}{w + w_1} + \frac{w_2}{w + w_2} \right) x$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{\frac{w_1}{w + w_1} + \frac{w_2}{w + w_2}} \quad (\text{Ans})$$

13. পতনশীল বস্তু শেষ  $t$  সেকেন্ডে  $h$  উচ্চতা অতিক্রম করলে, প্রমাণ কর যে, পতনকাল  $= \frac{h}{gt} + \frac{t}{2}$

**Solve** প্রথম অংশে,  $x = ut' + \frac{1}{2}gt'^2$  [ $\because S = ut + \frac{1}{2}a \times t$ ]

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}gt'^2 \dots\dots\dots (i) \text{ [যেহেতু আদিবেগ, } u = 0]$$

$$\text{দ্বিতীয় অংশে, } x - h = u(t' - t) + \frac{1}{2}g(t' - t)^2$$

$$\Rightarrow x - h = \frac{1}{2}gt'^2 + \frac{1}{2}gt^2 - gtt'$$

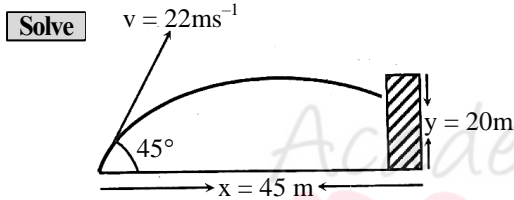
$$\Rightarrow \frac{1}{2}gt'^2 - h = \frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}gt^2 - gtt'$$

$$\Rightarrow gtt' = h + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t' = \frac{h}{gt} + \frac{1}{2}gt$$

$$\Rightarrow t' = \frac{h}{gt} + \frac{t}{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

14. একটি বস্তু  $22 \text{ ms}^{-1}$  বেগে  $45^\circ$  কোণে নিক্ষেপ করা হলে  $45 \text{ m}$  দূরে অবস্থিত  $20 \text{ m}$  উচ্চতায় দালান অতিক্রম করতে পারবে কি?



আমরা জানি,

$$y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow y = 45 \tan 45^\circ - \frac{9.8 \times (45)^2}{2 \times (22)^2 (\cos 45^\circ)^2}$$

$$\Rightarrow y = 4 \text{ m}$$

যেহেতু,  $y < 20 \text{ m}$ ; তাই প্রাসটি দালান অতিক্রম করতে পারবে না।

### পদার্থবিজ্ঞান

15. একটি কার্টের ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য  $8 \text{ cm}$  এবং ঘনত্ব  $600 \text{ kg m}^{-3}$ । একে  $1000 \text{ kg m}^{-3}$  ঘনত্বে ডুবালে এটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে দোলে।

(i) ঘনবস্তুর ডুবন্ত দৈর্ঘ্য কত হবে?

(ii) একে সম্পূর্ণ ডুবিয়ে ছেড়ে দিলে এর ত্বরণ কত?

**Solve** (i) মনে করি, ঘনবস্তুর ডুবন্ত দৈর্ঘ্য  $= L \text{ cm}$

সুতরাং, প্লাবতার সূত্র হতে আমরা পাই,  $V_f \rho_f g = V_s \rho_s g$

$$\Rightarrow AL \rho_f = A a \rho_s$$

$$\Rightarrow L \times \rho_f = a \times \rho_s$$

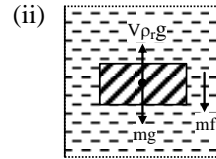
[ $\because$  ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল (A) সম্পর্কে কোনো কিছু বলা নেই তাই ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল ধরে নেয়া হয়েছে]

$$\Rightarrow L = \frac{a \times \rho_s}{\rho_f}$$

$$\Rightarrow L = \frac{8 \times 600}{1000} \therefore L = 4.8 \text{ cm}$$

অর্থাৎ, ঘনবস্তুর ডুবন্ত দৈর্ঘ্য,  $L = 4.8 \text{ cm}$

এখানে,  
পানির ঘনত্ব,  $\rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$   
ঘনবস্তুর ঘনত্ব,  $\rho_s = 600 \text{ kg m}^{-3}$   
ঘনবস্তুর বাহুর দৈর্ঘ্য,  $a = 8 \text{ cm}$



আমরা জানি, লব্ধি বল = অভিকর্ষ বল - প্লাবতা বল

$$\Rightarrow mf = mg - V_f \rho_f g$$

$$\Rightarrow V_f \rho_f g = mg - V_f \rho_f g$$

$$\Rightarrow f = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \times g = \frac{600 - 1000}{600} \times 9.8$$

$$= -6.533 \text{ ms}^{-2}$$

$$\therefore \text{ঘনবস্তুর ত্বরণ উপরের দিকে } 6.533 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{ভর} = m = V \rho_s g$$

$$\text{আয়তন} = V$$

$$\text{বস্তুর ঘনত্ব, } \rho_s = 600 \text{ kg m}^{-3}$$

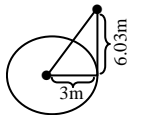
$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho_f = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{লব্ধি ত্বরণ, } f = ?$$

16. কোনো মাধ্যমে একজন ব্যক্তি  $2 \text{ m}$  উচ্চতায়  $3 \text{ m}$  দীর্ঘ একটি রাশিতে পাথর বেঁধে আনুভূমিকভাবে একজন লোক প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। ব্যক্তি হতে দর্শক সারির দূরত্ব ন্যূনতম কত হলে দর্শক নিরাপদে থাকবে?

**Solve**  $V = \omega r = 2\pi fr$

$$= \frac{2\pi \times 30}{60} \times 3 = 9.42 \text{ ms}^{-1}$$



$$\therefore \text{ভূমিতে পড়তে সময় লাগবে, } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{9.8}} = 0.64 \text{ s}$$

$\therefore$  এই সময়ে অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব,  $s = Vt = 9.42 \times 0.64 = 6.02 \text{ m}$   
যেহেতু প্রাস দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব স্পর্শক বরাবর।

$\therefore$  ব্যক্তি হতে দর্শক সারির মধ্যবর্তী সর্বনিম্ন গ্রহণযোগ্য দূরত্ব  $= \sqrt{6.03^2 + 3^2} = 6.73 \text{ m}$

17.  $0.5 \text{ kg}$  ভরের কাঠ খণ্ড খাড়া তল ঘষে পড়ছে। ঘর্ষণ গুণক  $0.25$ । উল্লম্ব স্প্রিংয়ের সাথে সংঘর্ষ হয়ে  $4 \text{ m}$  স্প্রিং সংকুচিত হয়। সংঘর্ষের সময় কাঠ খণ্ডের বেগ নির্ণয় কর। [স্প্রিং ধ্রুবক  $= 4.8 \text{ Nm}^{-1}$ ]

**Solve** কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2) + mgx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 - mgx + 18.8$$

$$\Rightarrow v^2 = 75.2 \text{ ms}^{-2} \therefore v = 8.67 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

$$u = 0 \text{ ms}^{-1}$$

$$m = 0.5 \text{ kg}$$

$$x = 4 \text{ m}$$

$$k = 4.8 \text{ Nm}^{-1}$$

[বিদ্র: উল্লম্ব তল বরাবর বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করছে না, ফলে ঘর্ষণ বলও নেই]

18. একটি রকেটকে মঙ্গলগ্রহ থেকে  $2 \text{ kms}^{-1}$  বেগে নিক্ষেপ করা হলো। রকেটটির 20% শক্তি মঙ্গলগ্রহের বায়ুমণ্ডলীয় বাঁধার কারণে নষ্ট হয়ে গেলে রকেটটি মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ হতে কত উপরে উঠবে? [মঙ্গলগ্রহের ভর  $= 6.4 \times 10^{23} \text{ kg}$ , মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ  $= 3395 \text{ km}$ ,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ]

**Solve** ধরি, রকেটটি মঙ্গলপৃষ্ঠ হতে  $h$  উচ্চতায় উঠে।

রকেটটির মোট শক্তির 20% এর বায়ুমণ্ডলীয় বাঁধার কারণে নষ্ট হয়ে যায় বলে অবশিষ্ট 80% শক্তি রকেটটিকে  $h$  উচ্চতায় নিয়ে যায়।

এখন, শক্তির নিত্যতার সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$80\% \times \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 - \frac{GMm}{R+h}$$

$$\Rightarrow 0.4mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 - \frac{GMm}{R+h}$$

$$\Rightarrow m \left( 0.4v^2 - \frac{GM}{R} \right) = m \times \frac{-GM}{R+h}$$

এখানে, নিক্ষেপ বেগ,

$$v = 2 \text{ kms}^{-1} = 2000 \text{ ms}^{-1}$$

মঙ্গলগ্রহের ভর,

$$M = 6.4 \times 10^{23} \text{ kg}$$

মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ,

$$R = 3395 \text{ km} = 3395 \times 10^3 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

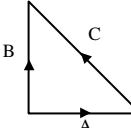
$$\Rightarrow \frac{GM}{R+h} = -0.4 \times (2000)^2 + \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{3395 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow \frac{GM}{R+h} = 1.097 \times 10^7 \Rightarrow R+h = \frac{GM}{1.097 \times 10^7}$$

$$\Rightarrow R+h = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^{23}}{1.097 \times 10^7} \Rightarrow R+h = 3.89 \times 10^6$$

$$\Rightarrow h = 3.89 \times 10^6 - R \Rightarrow h = 3.89 \times 10^6 - 3395 \times 10^3$$

$$\Rightarrow h = 4.96 \times 10^5 \text{ m} \Rightarrow h = \frac{4.96 \times 10^5}{1000} \text{ km} \therefore h = 496.34 \text{ km}$$

19.   $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$   
 $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$  হলে-  
 ত্রিভুজটির কোণগুলির মান বের কর।

**Solve**  $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$   
 $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$   
 $\vec{C} = \vec{B} - \vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$   
 $\therefore A \wedge B = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \right) = \cos^{-1} 0 = 90^\circ$

$$\therefore B \wedge C = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{B} \cdot \vec{C}}{|\vec{B}| |\vec{C}|} \right) = 40.6^\circ$$

$$\therefore C \wedge A = 180 - 90 - 40.6 = 49.4^\circ$$

20. বিশুদ্ধ পানির সন্থনমাত্রা  $5 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$  এবং ঘনত্ব  $1 \text{ gm/cc}$  হলে  $3 \text{ km}$  গভীরতায় ঘনত্ব কত?

**Solve**  $B = \frac{1}{\text{সন্থনমাত্রা}} = \frac{1}{5 \times 10^{-12} \text{ N/m}^2}$  সন্থনমাত্রা  
 $= 5 \times 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$   
 $= 5 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$   
 ঘনত্ব,  $\rho = 1 \text{ gm/cc}$   
 $= 1000 \text{ kg/m}^3$

$$= \frac{101325 + h\rho g}{B} = \frac{101325 + 3 \times 10^3 \times 1000 \times 9.8}{5 \times 10^{-11}} \times V = 0.001475 \text{ V}$$

$$\therefore V' = V - v = 0.9985 \text{ V}$$

যেহেতু, ভর অপরিবর্তিত থাকবে।

$$\therefore \rho V = \rho' V' \Rightarrow \frac{\rho V}{V'} = \frac{1000 \times V}{0.9985 V} = 1001.5 \text{ kgm}^{-3}$$

বিকল্প:  $\rho' = \frac{\rho}{1 - \frac{P}{B}} = \frac{1000 \text{ kgm}^{-3}}{1 - \frac{10^3 \times 9.8 \times 3 \times 10^3}{\left( \frac{1}{5 \times 10^{-12} \times 10^{-4} \times 5^5} \right)}} = 1001.5 \text{ kgm}^{-3}$

21.  $P = 2 \text{ atm}$ ,  $V = 2 \text{ L}$ ,  $T = 30^\circ \text{C}$  হলে এর মধ্যে 21%  $\text{O}_2$  অণু বিদ্যমান।  $\text{O}_2$  অণুর সংখ্যা কত?

**Solve**  $n = \frac{PV}{RT} = \frac{2 \times 2}{0.0821 \times (30 + 273)} = 0.16 \text{ mol}$

$$\therefore n_{\text{O}_2} = 0.16 \times 0.21 = 0.0336 \text{ mol}$$

$$\therefore \text{O}_2 \text{ অণুর সংখ্যা} = 0.0336 \times 6.02 \times 10^{23} = 2.02 \times 10^{22} \text{ টি}$$

22.  $596 \text{ nm}$  ও  $590 \text{ nm}$  তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলো এক চিড়ের উপর পতিত হচ্ছে।  $a = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ,  $D = 1.5 \text{ m}$  হলে 1ম চরমের অবস্থানের পার্থক্য কত?

**Solve** 1ম চরমের অবস্থানের পার্থক্য,  $\Delta x = \frac{3\lambda D}{2a}$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{3}{2} \times (596 - 590) \times 10^{-9} \times \frac{1.5}{2 \times 10^{-4}} = 6.75 \times 10^{-5} \text{ m}$$

23. এক খন্ড প্রাচীন কার্ণে  $^{14}\text{C}$  ও  $^{12}\text{C}$  এর অনুপাত বর্তমান কালের জীবিত গাছের কার্ণে ওই অনুপাতের  $\frac{1}{12}$  অংশ।  $^{14}\text{C}$  এর অর্ধায়ু 5570 বছর। প্রাচীন গাছটির বয়স নির্ণয় কর।

**Solve** ধরি,  $^{14}\text{C}$  এর পরমাণু সংখ্যা  $x$  টি ও  $^{12}\text{C}$  এর পরমাণু সংখ্যা  $y$  টি  $t$  সময় পর,  $^{14}\text{C}$  এর পরমাণু সংখ্যা  $x'$  টি ও  $^{14}\text{C}$  এর পরমাণু সংখ্যা  $y'$  টি এখানে,  $x + y = x' + y'$  [কেননা মোট পরমাণু সংখ্যা ধ্রুব]

$$\text{সুতরাং, } x : y = 1 : 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{1} \therefore \frac{x}{x+y} = \frac{1}{2} \dots\dots (i)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x'}{y'} = \frac{x}{y} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \therefore \frac{x'}{x'+y'} = \frac{1}{13} \dots\dots (ii)$$

$$(ii) \div (i)$$

$$\frac{x'}{x'+y'} \times \frac{x+y}{x} = \frac{2}{13} \Rightarrow \frac{x'}{x} = \frac{2}{13} = \frac{N}{N_0} [x + y = x' + y']$$

$$\text{এখন, } \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = \frac{2}{13} \Rightarrow -\lambda t = \ln \frac{2}{13} \Rightarrow t = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \times \ln \frac{13}{2} \left[ \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \right]$$

$$\Rightarrow t = 15041.45 \text{ years}$$

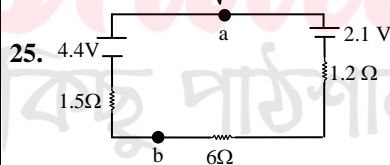
24.  $55 \text{ gm}$  ভরের বস্ত্র স্প্রিং এ সংযুক্ত করলে  $8.1 \text{ cm}$  সংকুচিত হয়।  $k = 1.8 \text{ N/m}$  হলে (i) সাম্যাবস্থা থেকে  $5 \text{ cm}$  দূরত্বে এর বেগ কত? (ii) বস্তুর সর্বোচ্চ বেগ কত?

**Solve**  $k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1.8}{0.055}} = \sqrt{\frac{360}{11}}$

$$\text{আমরা জানি, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$= \sqrt{\frac{360}{11}} \sqrt{(0.081)^2 - (0.05)^2} = 0.36456 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_{\text{max}} = \omega A = \sqrt{\frac{360}{11}} \times 8.1 \times 10^{-2} = 0.4634 \text{ ms}^{-2}$$



25.

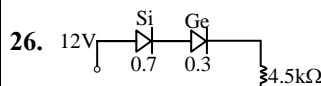
বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহ কত? a ও b বিন্দুর বিভব পার্থক্য কত?

**Solve** বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ:

$$\text{KVL অনুসারে, } -4.4 + 2.1 + 1.2i + 6i + 1.5i = 0$$

$$\Rightarrow 8.7i = 2.3 \therefore i = \frac{23}{87} \text{ A}$$

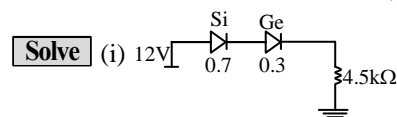
$$V_{ab} = 2.1 + (1.2 + 6)i = 2.1 + 7.2 \times \frac{23}{87} \approx 4 \text{ V}$$



26.

(i) বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহ কত?

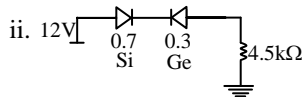
(ii) Ge ডায়োডকে উল্টিয়ে দিলে রোধের দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য কত?



$$\text{তড়িৎ প্রবাহ: } -12 + 0.7 + 0.3 + 4.5 \times 10^3 i = 0$$

$$i = \frac{12 - 1}{4.5 \times 10^3} \therefore i = 2.44 \text{ mA}$$





বিমুখী বোকে তড়িৎ প্রবাহিত হলে বিভব প্রাচীর বেড়ে যায় এবং Ge ডায়োড দিয়ে তড়িৎ প্রবাহিত হয় না। ফলে, রোধের দুই প্রান্তে বিভব পার্থক্য 0 হয়।

27.  $4\mu F$  এর একটি ধারককে  $200V$  বিভবে সংযুক্ত করা হলো। পরবর্তীতে ধারকটিকে সংযোগ খুলে অপর একটি চার্জবিহীন  $2\mu F$  ধারকের সাথে সমান্তরালে সংযুক্ত করা হলো। এর দরুণ প্রথম ধারকটি কী পরিমাণ সঞ্চিত শক্তি হারাবে?

**Solve** প্রথম ধারকের ক্ষেত্রে,

$$\text{সঞ্চিত চার্জ, } Q_1 = C_1 V$$

$$= (4 \times 200) \mu C$$

$$= 800 \mu C$$

এখানে,

$$\text{প্রথম ধারকের ধারকত্ব, } C_1 = 4\mu F$$

$$\text{দ্বিতীয় ধারকের ধারকত্ব, } C_2 = 2\mu F$$

$$\text{প্রযুক্ত বিভব পার্থক্য, } V = 200V$$

$$\text{সঞ্চিত শক্তি, } U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (200)^2 \mu J$$

$$= 80000 \times 10^{-6} \mu J = 0.08J$$

$2\mu F$  চার্জবিহীন ধারকের সাথে সংযুক্ত করলে মোট চার্জের কোনো পরিবর্তন হয় না।

নতুন ধারকত্ব,  $C_p = C_1 + C_2$ । সমান্তরালে যুক্ত করা হয়েছে।

$$= (4 + 2) \mu A = 6\mu F$$

$$\text{সমান্তরালে সংযুক্ত করার পর সঞ্চিত শক্তি, } U_2 = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C_p}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(800 \times 10^{-6})^2}{6 \times 10^{-6}} J$$

$$= \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times 800^2 \times 10^{-6} \right) J$$

$$= 0.0533 J$$

$$\therefore \text{শক্তি হারিয়েছে, } \Delta U = U_1 - U_2 = 0.08 - 0.0533 J = 0.027J$$

### রসায়ন

28. বোর মডেল অনুযায়ী পঞ্চম কক্ষপথ থেকে একটি ইলেকট্রন প্যাচেন সিরিজে আসলে,

- i. তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত nm? ii. তড়িৎ চৌম্বকীয় বিকিরণ কোন অঞ্চলে অবস্থিত?

এখানে  $R_H = 1.097 \times 10^7 m^{-1}$

$$\text{Solve } \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^7 \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = 1281.9 nm$$

$$\therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য } 1281.9 nm = 1.281 \mu m$$

যা অবলোহিত অঞ্চল নির্দেশ করে। কারণ অবলোহিত অঞ্চলের সীমা হলো  $0.75\mu m - 1000 \mu m$ ।

29. 50ml 0.1M  $AgNO_3$  দ্রবণ ও 100ml 0.5 M  $KCl$  দ্রবণের বিক্রিয়ায় অধঃক্ষেপ পড়বে কী? [ $K_{sp} = 1.69 \times 10^{-10}$ ]

**Solve** মিশ্রণে,  $AgNO_3 + KCl \rightarrow AgCl + KNO_3$

$$[Ag^+] = \frac{50 \times 0.1}{50 + 100} = \frac{1}{30} M$$

$$[Cl^-] = \frac{0.5 \times 100}{100 + 50} = \frac{1}{3} M$$

$$\therefore K_{ip} = [Ag^+] [Cl^-] = \frac{1}{30} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{90} = 0.011 > K_{sp}$$

$\therefore AgCl$  অধঃক্ষেপ পড়বে।

30.  $X = 17$ ,  $Y = 20$  এদের পর্যায় সারণীতে অবস্থান লিখ। ধাতু, অধাতু, উপধাতু কোনটি? এদের দ্বারা গঠিত যৌগের ডট স্ট্রাকচার দেখাও।

**Solve**  $X = 17$  ও  $Y = 20$  হলে মৌলগুলো হলো  $Cl$  ও  $Ca$ । এদের

ইলেকট্রন বিন্যাস নিম্নরূপ:

$$Cl \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5; \text{ গ্রুপ: } 17, \text{ পর্যায়: } 3$$

$$Ca \rightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2; \text{ গ্রুপ: } 2, \text{ পর্যায়: } 4$$

$Ca$  হলো ধাতু কারণ এটি ইলেকট্রন ত্যাগ করে। অপরদিকে ইলেকট্রন গ্রহণ করার জন্য  $Cl$  হলো অধাতু।

$$X \text{ ও } Y \text{ দ্বারা গঠিত যৌগ } CaCl_2 \text{ যার ডট স্ট্রাকচার নিম্নরূপ: } \times \times \times \overset{\times \times}{Cl} \cdot \times \times Ca \cdot \times \times \overset{\times \times}{Cl} \times \times \times$$

31. সংকরায়ন লিখ- $NH_4^+$ ,  $XeF_4$ ,  $IF_5$ ,  $BCl_3$ ,  $PCl_5$

**Solve** অজৈব যৌগের ক্ষেত্রে: সংকরিত অরবিটালের প্রকৃতি নির্ণয়ের সূত্র:

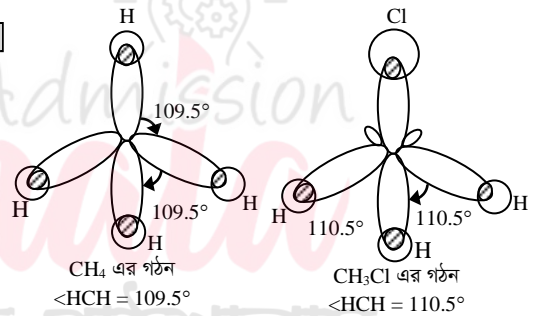
$$x = \frac{1}{2} [\text{যোজ্যতা শেলে ইলেক্ট্রন সংখ্যা} + \text{একযোজী পরমাণুর সংখ্যা} - \text{ক্যাটায়নের চার্জ}$$

$$+ \text{অ্যানায়নের চার্জ}] x = \frac{1}{2} [V + M - C + A], x = \text{হাইব্রিড অরবিটালের সংখ্যা।}$$

যৌগ	সংকরায়ন	যৌগ	সংকরায়ন
$NH_4^+$	$sp^3$	$BCl_3$	$sp^2$
$XeF_4$	$sp^3d^2$	$PCl_5$	$sp^3d$
$IF_5$	$sp^3d^2$		

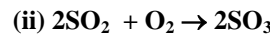
32.  $CH_4$  ও  $CH_3Cl$  এর চিত্র আঁক। এদের বন্ধনকোণের পার্থক্যের কারণ লিখ।

**Solve**



$Cl$  এর তড়িৎ ঋণাত্মকতা বেশি হওয়ায়  $CH_3Cl$  এর  $C-Cl$  বন্ধন দৈর্ঘ্য কমে যায়। তাই  $CH_4$  এর চেয়ে  $CH_3Cl$  এর বন্ধন কোণ বেশি হয়।

33. (i)  $2C_4H_{10} + 7O_2 \rightarrow 2C_4H_2O_3 + 8H_2O$



উপরোক্ত বিক্রিয়াগুলোকে গ্রীন কেমিস্ট্রির ক্রম অনুসারে সাজাও।

$$\text{Solve (i) এটম ইকনমি} = \frac{\text{Desired product (molar mass)}}{\text{Total reactants (molar mass)}} \times 100$$

$$= \frac{2 \times C_4H_2O_3}{2 \times C_4H_{10} + 7 \times O_2}$$

$$= \frac{2 \times 98}{(2 \times 58) + (7 \times 32)} \times 100 = 57.64\%$$

$$(ii) \frac{2 \times SO_3}{2 \times SO_2 + O_2} \times 100\%$$

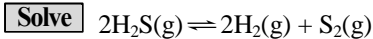
$$= \frac{2 \times 80}{2 \times 64 + 32} \times 100 = 100\%$$

$$(iii) \frac{2 \times Cr}{Cr_2O_3 + 3 \times CO}$$

$$= \frac{2 \times 52}{(2 \times 52 + 48) + (3 \times 28)} \times 100 = 44.067\%$$

গ্রীন কেমিস্ট্রি অনুসারে, ii > i > iii (Ans)

34.  $2\text{H}_2\text{S(g)} + \text{Heat} \rightleftharpoons 2\text{H}_{2(\text{g})} + \text{S}_{2(\text{g})}$  সাম্যাবস্থার পরিবর্তন লিখ। যখন  
(1) T বাড়বে (2) P বাড়ালে (3) S যোগ করলে (4)  $\text{H}_2\text{S}$  যোগ (5) S অপসারণ করলে



$$\Delta H = + \text{Heat} \therefore \Delta n = (2 + 1) - 2 = +1$$

- বিক্রিয়া তাপহারী হওয়ায় তাপমাত্রা বাড়ালে উৎপাদের পরিমাণ বাড়বে।
- যেহেতু,  $\Delta n = +ve$ , তাই, চাপ বাড়ালে বিক্রিয়া পশ্চাদিকে যাবে।
- উৎপাদ  $\text{S}_2$  এর পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে বিক্রিয়া পশ্চাৎ দিকে যাবে এবং কমালে বিক্রিয়া সম্মুখদিকে যাবে।
- বিক্রিয়ক  $\text{H}_2\text{S}$  এর পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে বিক্রিয়া সম্মুখদিকে যাবে অর্থাৎ  $\text{H}_2$  ও  $\text{S}_2$  এর উৎপাদন বৃদ্ধি পাবে।

35.  $\text{CO}_2$  এর ব্যাপনে সময় লাগে 65 সেকেন্ড। CO মিশ্রিত  $\text{CO}_2$  এর ব্যাপনে সময় লাগে 58 সেকেন্ড। মিশ্রণে CO এর শতকরা পরিমাণের হার কত?

**Solve**  $\sqrt{\frac{M_{\text{mix}}}{M_{\text{CO}_2}}} = \frac{t_{\text{mix}}}{t_{\text{CO}_2}}$

$$\Rightarrow M_{\text{mix}} = \left(\frac{t_{\text{mix}}}{t_{\text{CO}_2}}\right)^2 \times M_{\text{CO}_2}$$

$$= \left(\frac{58}{65}\right)^2 \times 44 \text{ g} = 35.03 \text{ g}$$

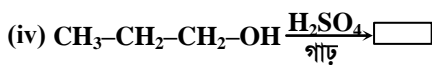
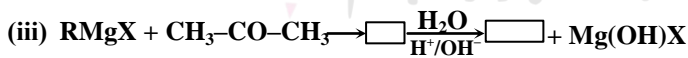
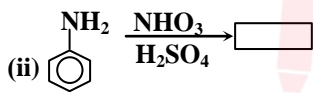
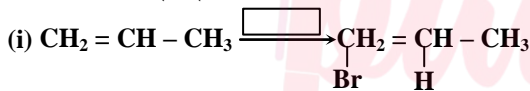
$$\text{এখন ধরি, } \% \text{CO} = x \text{ এবং } \% \text{CO}_2 = 100 - x$$

$$\text{শর্তমতে, } M_{\text{mix}} = \frac{28x}{100} + \frac{44(100-x)}{100} = 35.03$$

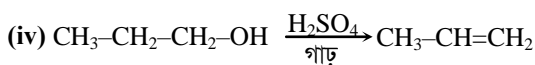
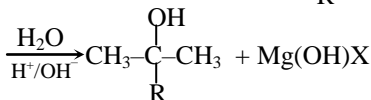
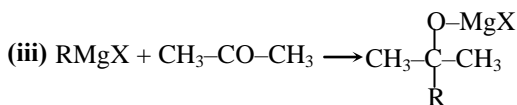
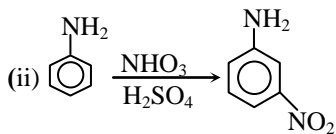
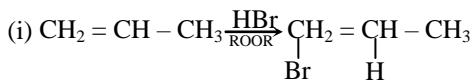
$$\Rightarrow 3503 = 28x + 4400 - 44x$$

$$\Rightarrow x = 56.0625 \therefore \% \text{CO} = 56.0625\%$$

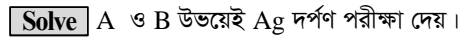
36. নিম্নের বিক্রিয়াসমূহ পূরণ কর:



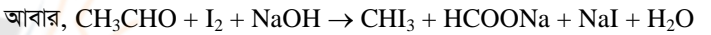
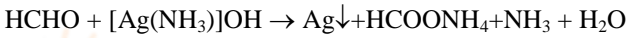
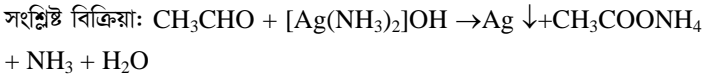
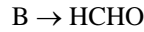
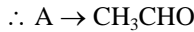
**Solve**



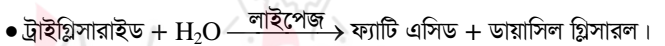
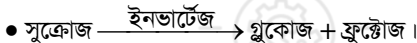
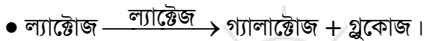
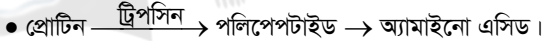
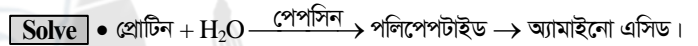
37. একটি পাত্রে A ও B দুইটি জৈব যৌগ রয়েছে। A ও B উভয়েই Ag দর্পণ পরীক্ষা দেয়, তবে A আয়োডোফর্ম টেস্ট দিলেও B দেয় না। সংশ্লিষ্ট বিক্রিয়ার সাহায্যে A ও B এর সংকেত নির্ণয় কর।



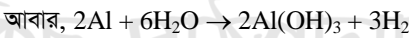
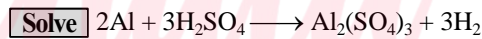
$\therefore$  উভয়েই অ্যালডিহাইড। কিন্তু A আয়োডোফর্ম বিক্রিয়া দেয়।



38. Pepsin, Trypsin, Lactase, Invertase, Lipase এনজাইম সমূহের reaction দেখাও



39. 0.2gm Al ও Cu এর মিশ্রণ আছে।  $30^\circ\text{C}$  তাপমাত্রায় 730 torr চাপে  $\text{H}_2\text{SO}_4$  সহযোগে 230mL  $\text{H}_2$  উৎপন্ন হয়। জলীয় বাষ্পের চাপ 30 torr হলে মিশ্রণে Al এর শতকরা পরিমাণ কত?



$$\therefore \frac{n_{\text{Al}}}{n_{\text{H}_2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\left(\frac{w}{M}\right)_{\text{Al}}}{\left(\frac{PV}{RT}\right)_{\text{H}_2}} = \frac{2}{3}$$

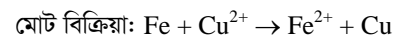
$$\Rightarrow w_{\text{Al}} = \frac{2}{3} \times 27 \times \frac{0.921 \times 0.23}{0.0821 \times 303}$$

$$\Rightarrow w_{\text{Al}} = 0.153 \text{ g}$$

$$\therefore \text{মিশ্রণে Al এর শতকরা পরিমাণ} = \frac{0.153}{0.2} \times 100\% = 76.5\%$$

40.  $\text{Fe}^{2+} (0.2\text{M}) | \text{Fe}, \text{Cu}^{2+} (0.1\text{M}) | \text{Cu}; \text{EMF} = ?$   $E^\circ_{\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}} = -0.44\text{V}$

এবং  $E^\circ_{\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}} = +0.34\text{V}$



$$\therefore E_{\text{cell}} = E^\circ_{\text{cell}} - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[\text{Fe}^{2+}]}{[\text{Cu}^{2+}]}$$

$$\Rightarrow E_{\text{cell}} = [+0.34 - (-0.44)] - \frac{8.314 \times 298}{2 \times 96500} \ln \left(\frac{0.2}{0.1}\right)$$

$$\Rightarrow E_{\text{cell}} = 0.7711 \text{ V}$$



TOPICS	MAGNETIC DECISION [যা পড়বে]	VVI For This Year
TOPIC-01	ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ ও মান নির্ণয় সংক্রান্ত	-
TOPIC-02	ম্যাট্রিক্সের মাত্রা, যোগ, বিয়োগ, গুণ ও সমতা	★★
TOPIC-03	ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স [Singular]	★★★
TOPIC-04	Adjoint অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স এবং বিপরীত ম্যাট্রিক্স	★★★
TOPIC-05	অনুরাশি বা Minor ও সহগুণক [Co-factor] নির্ণয়	★★
TOPIC-06	নির্ণায়কের মান নির্ণয়	★★★
TOPIC-07	বহু চলক থাকলে মান নির্ণয়	★★★



01.  $|\lambda I - A| = 0$ ;  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  হলে  $\lambda = ?$ ,  $A^{12} = ?$  [BUET. 2021-22]

**Solve**  $\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -1 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$

$\therefore |\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & -1 & 0 \\ \lambda & -1 & \lambda & -1 \\ \lambda & -1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} [\because C_1' = C_1 + C_2 + C_3]$

$= (\lambda - 1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & \lambda & -1 \\ 1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = (\lambda - 1) \begin{vmatrix} 0 & -(\lambda + 1) & 1 \\ 0 & \lambda & -(\lambda + 1) \\ 1 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$

$= (\lambda - 1)[(\lambda + 1)^2 - \lambda] = (\lambda - 1)(\lambda^2 + \lambda + 1) = \lambda^3 - 1$

$\therefore |\lambda I - A| = 0 \therefore \lambda^3 - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = 1, \omega, \omega^2$

আবার,  $A^3 = I \therefore A^{12} = A^3 \cdot A^3 \cdot A^3 \cdot A^3 = I$  (Ans.)

02. যদি  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$  এবং  $ABC = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে  $B = ?$  [BUET. 2020-21]

**Solve**  $A^{-1}(ABC)C^{-1} = (A^{-1}A)B(CC^{-1}) = IBI = B$

এখানে,

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A) = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$C^{-1} = \frac{1}{|C|} \text{adj}(C) = \frac{1}{4-5} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

$\therefore B = A^{-1}(ABC)C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 11 \\ -46 & -16 \end{bmatrix}$

03. দুটি ম্যাট্রিক্স A এবং B দেওয়া আছে। AB ও BA এর মধ্যে কোন সম্পর্ক থাকলে তা নির্ণয় কর।  $B^{-1}$  কে x ও A এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [BUET. 2019-20]

$A = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & -x & 0 \\ -x & x & x \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix}$

**Solve**  $AB = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix}$

$= x \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot x \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix} = x^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix}$

অনুরূপভাবে,  $BA = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix} \therefore AB = BA$

$\therefore BA = x^2 I \Rightarrow \frac{1}{x^2} A = B^{-1} I$

$\Rightarrow B^{-1} = \frac{A}{x^2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} \\ -\frac{2}{x} & \frac{1}{x} & 0 \\ -\frac{1}{x} & -\frac{1}{x} & \frac{1}{x} \end{bmatrix}$

04.  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে  $A^2 + 2A$  এর মান নির্ণয় কর। [BUET. 2018-19]

**Solve**  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \\ 7 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{7} \neq 0 \therefore A$  বিদ্যমান।

$\therefore A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \\ -7 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \therefore A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ -21 & 28 \end{bmatrix};$

$\therefore 2A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 10 \end{bmatrix} \therefore A^2 + 2A = \begin{bmatrix} 11 & -9 \\ -27 & 38 \end{bmatrix}$  (Ans.)

05. যদি  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে A ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর। [BUET. 2017-18]

**Solve** ধরি,  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ;  $C = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$  সুতরাং  $B \times A = C$

এখন B এর ক্রম =  $3 \times 1$ ; C এর ক্রম =  $3 \times 3$

সুতরাং A এর ক্রম =  $1 \times 3$  [ $\because B_{(3 \times 1)} \times A_{(1 \times 3)} = C_{(3 \times 3)}$ ]

ধরি,  $A = [x \ y \ z]$

$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times [x \ y \ z] = \begin{bmatrix} 4x & 4y & 4z \\ x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (i)$

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,  $4x = -4 \Rightarrow x = -1$ ;

$4y = 8 \Rightarrow y = 2$

$4z = 4 \Rightarrow z = 1$

সুতরাং নির্ণেয়  $A = [x \ y \ z] = [-1 \ 2 \ 1]$

06. যদি  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  হয় তবে B ম্যাট্রিক্স এর উপাদানসমূহ বের কর। [BUET. 2016-17]

**Solve** ধরি,  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

এখন,  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4a + 3c & 4b + 3d \\ 2a + c & 2b + d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$4a + 3c = 10$

$2a + c = 4$

$\therefore a = 1, c = 2$

$4b + 3d = 17$

$2b + d = 7$

$\therefore b = 2, d = 3$

**উদাহরণ:**  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

এখন,  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1} \cdot AB = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow I.B = B = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}; \left[ \because A^{-1} \cdot A = I \right]$

$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

07. নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর:  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$  [BUET. 2015-16]

**Solve**  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2x + 3y \\ x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$

$\therefore 2x + 3y = 4 \dots \dots \dots (i); x - y = 7 \dots \dots \dots (ii)$

$\{(i) + (ii) \times 3\} \Rightarrow 2x + 3y + 3x - 3y = 25 \therefore x = 5$

$(ii) \Rightarrow y = (x - 7) = (5 - 7) = -2$

08. কারণ প্রদর্শন করে এবং বিস্তার না করে সত্য অথবা মিথ্যা উত্তর কর।

[BUET. 2002-03]

(i)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 7 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & 6 \end{vmatrix}$  (ii)  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & 8 & 3 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & -2 \\ -4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

(iii) cofactor (সহগুণক) of 2 in  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$  is  $(-3)$

(iv)  $\begin{vmatrix} x^2 - y^2 & x + y & x \\ x - y & 1 & 1 \\ x - y & 1 & y \end{vmatrix} = 0$

**Solve** (i) অসত্য, প্রথম দুটি কলাম বিনিময় করা হয়েছে কিন্তু চিহ্ন পরিবর্তন করা হয়নি।

(ii) সত্য, সারি ও কলাম বিনিময় করা হয়েছে।

(iii) সত্য, 2 এর চিহ্ন  $(-1)^{1+2}$  এর চিহ্ন অর্থাৎ ঋণাত্মক।

(iv) সত্য, 1ম কলাম থেকে  $x - y$  কমন নিলে 1ম কলাম ও 2য় কলাম অভিন্ন হয়।

09.  $x$  এর সমাধান কর:  $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 5 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$  [BUET. 2001-02]

**Solve**  $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 5 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [C_1' = C_1 - C_2]$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [r_2' = r_1 + r_2]$

$\Rightarrow (x+1) [(x+7)(x+1) - 40] = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 8x - 33) = 0 \Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0$

$x = -1, -11, +3$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $x = -1, -11, 3$  (Ans.)

10.  $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 3 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

[BUET.01-02]

**Solve**  $\begin{vmatrix} x+4 & 3 & 3 \\ 3 & x+4 & 5 \\ 3 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0; [C_1' = C_1 - C_2]$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0; [r_2' = r_1 + r_2]$

$\Rightarrow (x+1) \{(x+7)(x+1) - 40\} = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 7x + x + 7 - 40) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 8x - 33) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 11x - 3x - 33) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1, -11, 3$

11. নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর:

[BUET. 2000-01]

$x+2y-z=5, 3x-y+3z=7, 2x+3y+z=11$

**Solve** Here,  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1(-1-9) - 2(3-6) - 1(9+2) = -15$

$D_x = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & 3 \\ 11 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 5(-1-9) - 2(7-33) - 1(31+11) = -30$

$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & -3 \\ 11 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 5(-1-9) - 2(7-33) - 1(21+11) = -30$

$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1(7-33) - 5(3-6) - 1(33-14) = -30$

$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 7 \\ 2 & 3 & 11 \end{vmatrix} = 1(-11-21) - 2(33-14) + 5(9+2) = -15$

$\therefore x = \frac{D_x}{D} = \frac{-30}{-15} = 2,$

$y = \frac{D_y}{D} = 2; z = \frac{D_z}{D} = 1$

$\therefore (x, y, z) = (2, 2, 1)$  (Ans.)

12. নির্ণয়ক  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$  এ প্রমাণ কর যে,  $a_2A_1 + b_2B_1 + c_2C_1 = 0$  যেখানে

$A_1, B_2, C_1$  যথাক্রমে  $a_1, b_1, c_1$  এর সহগুণক।

[BUET.99-00]

**Solve** L.H.S =  $a_2A_1 + b_2B_1 + c_2C_1$

$= a_2 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \times (-1) \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_2 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$

$= a_2(b_2c_3 - b_3c_2) - b_2(a_2c_3 - a_3c_2) + c_2(a_2b_3 - a_3b_2)$

$= a_2b_2c_3 - a_2b_3c_2 - a_2b_2c_3 + a_3b_2c_2 + a_2b_3c_2 - a_3b_2c_2$

$= 0 = \text{R.H.S [Proved]}$



13. সমাধান কর:  $\begin{vmatrix} 3-2x & 6 & 6 \\ 4-x & 12 & 12 \\ 1-x & 13 & 14 \end{vmatrix} = 0$  [BUET.98-99]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 3-2x & 6 & 6 \\ 4-x & 12 & 12 \\ 1-x & 13 & 14 \end{vmatrix} = 0$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (3-2x)(168-156) - 6(56-14x-12+12x) + 6(52-13x-12+12x) = 0 \\ &\Rightarrow 12(3-2x) - 6(44-2x) + 6(40-x) = 0 \\ &\Rightarrow 36 - 24x - 264 + 12x + 240 - 6x = 0 \\ &\Rightarrow 12 - 18x = 0 \\ &\Rightarrow x = \frac{12}{18} \therefore x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

14. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & 1 \\ (c+a)^2 & b^2 & 1 \\ (a+b)^2 & c^2 & 1 \end{vmatrix} = -2(a+b+c)(b-c)(c-a)(a-b)$  [BUET.97-98]

**Solve** L. H. S =  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & 1 \\ (c+a)^2 & b^2 & 1 \\ (a+b)^2 & c^2 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} (b+c)^2 - a^2 & a^2 & 1 \\ (c+a)^2 - b^2 & b^2 & 1 \\ (a+b)^2 - c^2 & c^2 & 1 \end{vmatrix}; [C_1 = C_1 - C_2]$$

$$= \begin{vmatrix} (b+c+a)(b+c-a) & a^2 & 1 \\ (c+a+b)(c+a-b) & b^2 & 1 \\ (a+b+c)(a+b-c) & c^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} b+c-a & a^2 & 1 \\ c+a-b & b^2 & 1 \\ a+b-c & c^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} -2(a-b) & a^2-b^2 & 0 \\ -2(b-c) & b^2-c^2 & 0 \\ a+b-c & c^2 & 1 \end{vmatrix}; [r'_1 = r_1 - r_2; r'_2 = r_2 - r_3]$$

$$= (a+b+c)(a-b)(b-c) \begin{vmatrix} -2 & a+b & 0 \\ -2 & b+c & 0 \\ a+b-c & c^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)(a-b)(b-c) \{-2(b+c) + 2(a+b)\}$$

$$= (a+b+c)(a-b)(b-c) \{-2(b+c-a-b)\}$$

$$= -2(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$= R.H.S [Proved]$$

15.  $F(x) = \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x) \\ g(x) & \phi(x) \end{vmatrix}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$F(x+h) - F(x) = \begin{vmatrix} f(x+h)-f(x) & \phi(x+h) \\ g(x+h)-g(x) & \phi(x+h) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x+h)-\phi(x) \\ g(x) & \phi(x+h)-\phi(x) \end{vmatrix}$$
 [BUET.95-96]

**Solve** দেওয়া আছে,  $F(x) = \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x+h) \\ g(x) & \phi(x+h) \end{vmatrix}$

$$\therefore F(x+h) = \begin{vmatrix} f(x+h) & \phi(x+h) \\ g(x+h) & \phi(x+h) \end{vmatrix}$$

$$R.H.S = \begin{vmatrix} f(x+h)-f(x) & \phi(x+h) \\ g(x+h)-g(x) & \phi(x+h) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x+h)-\phi(x) \\ g(x) & \phi(x+h)-\phi(x) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} f(x+h) & \phi(x+h) \\ g(x+h) & \phi(x+h) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x+h) \\ g(x) & \phi(x+h) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x+h) \\ g(x) & \phi(x+h) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x) \\ g(x) & \phi(x) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} f(x+h) & \phi(x+h) \\ g(x+h) & \phi(x+h) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} f(x) & \phi(x) \\ g(x) & \phi(x) \end{vmatrix}$$

$$= F(x+h) - F(x) = L.H.S [Proved]$$

16. (বিস্তার না করে) নির্ণায়কটির মান নির্ণয় কর:

[BUET.94-95]

$$\begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a}+b & \frac{1}{b}+c & \frac{1}{c}+a \end{vmatrix}$$

**Solve**  $\begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a}+b & \frac{1}{b}+c & \frac{1}{c}+a \end{vmatrix} = \frac{abc}{abc} \begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a}+b & \frac{1}{b}+c & \frac{1}{c}+a \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{abc} \begin{vmatrix} abc & abc & abc \\ a \cdot \frac{1}{a} & b \cdot \frac{1}{b} & c \cdot \frac{1}{c} \\ a(\frac{1}{a}+b) & b(\frac{1}{b}+c) & c(\frac{1}{c}+a) \end{vmatrix} = \frac{abc}{abc} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1+ab & 1+bc & 1+ac \end{vmatrix}$$

$$= 0 [\because \text{দুইটি সারি একই হলে নির্ণায়কের মান 0 হয়।}]$$



01. মান নির্ণয় কর:

[RUET. 15-16]

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -3 \\ -4 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

**Solve**  $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -3 \\ -4 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

ওয় কলাম বরাবর বিস্তার করে,

$$= 1 \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -3 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (-1) \times 3 \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1) \times 3 \times 2 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -6(10+9) = -114$$

02. মান নির্ণয় কর:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix}$

[RUET. 13-14, 12-13, 08-09, 07-08]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1-p & p-p^2 & p^2-p^2 \\ 1-p^2 & p^2-p^4 & p^4-p^4 \end{vmatrix} [c_1' = c_1 - c_2; c_2' =$

$$= c_2 - c_3] = (1-p)(1-p) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1+p & (1+p)p^2 & p^4 \end{vmatrix}$$

$$= (1-p)^2 \begin{vmatrix} 1 & p \\ 1+p & (1+p)p^2 \end{vmatrix}$$

$$= (1-p)^2(p^2+p^3-p-p^2)$$

$$= (1-p^2)(p^3-p)$$

$$= p(1-p)^2(p^2-1)$$

03. মান নির্ণয় কর:  $\begin{vmatrix} 1 & -a & a^2 \\ a^2 & 1 & -a \\ -a & a^2 & 1 \end{vmatrix}$

[RUET.12-13]

**Solve**  $1(1+a^3) - (-a)(a^2-a^2) + a^2(a^4+a)$

$$= (1+a^3) + (a^2 \cdot 0) + a^3(1+a^3)$$

$$= (1+a^3)(1+a^3) = (1+a^3)^2$$

**উদাহরণ:**  $\begin{vmatrix} 1 & -a & a^2 \\ a^2 & 1 & -a \\ -a & a^2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-a+a^2 & -a & a^2 \\ 1-a+a^2 & 1 & -a \\ 1-a+a^2 & a^2 & 1 \end{vmatrix} [c_1' = c_1 + c_2 + c_3]$

$$= (1-a+a^2) \begin{vmatrix} 1 & -a & a^2 \\ 1 & 1 & -a \\ 1 & a^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (1-a+a^2) \begin{vmatrix} 0 & -(a+1) & a(a+1) \\ 0 & (1+a)(1-a) & -(1+a) \\ 1 & a^2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} [r_1' = r_1 - r_2] \\ [r_2' = r_2 - r_3] \end{matrix}$$

$$= (1-a+a^2)(1+a)^2 \begin{vmatrix} 0 & -1 & a \\ 0 & 1-a & -1 \\ 1 & a^2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (1-a+a^2)(1+a)^2(1-a+a^2)$$

$$= (1-a+a^2)^2(1+a)^2$$

$$= \{(1+a)(1-a+a^2)\}^2 = (1+a^3)^2$$

04. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

[RUET. 11-12]

**Solve**  $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} [r_1' = r_1 + r_2 + r_3]$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a+b+c & -(a+b+c) & 2b \\ 0 & a+b+c & c-a-b \end{vmatrix} \begin{matrix} [c_1' = c_1 - c_2] \\ [c_2' = c_2 - c_3] \end{matrix}$$

$$= (a+b+c)^3 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2b \\ 0 & 1 & c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^3 \cdot 1 = (a+b+c)^3$$

05. প্রমাণ করঃ  $\begin{vmatrix} a+x & b+x & c+x \\ a+y & b+y & c+y \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(x-y)$

[RUET. 10-11]

**Solve** L.H.S =  $\begin{vmatrix} a+x & b+x & c+x \\ a+y & b+y & c+y \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} a-b & b-c & c+x \\ a-b & b-c & c+y \\ a^2-b^2 & b^2-c^2 & c^2 \end{vmatrix} [c_1' = c_1, c_2' = c_2 - c_3]$$

$$= (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & c+x \\ 1 & 1 & c+y \\ a+b & b+c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 0 & 1 & c+x \\ 0 & 1 & c+y \\ a-c & b+c & c^2 \end{vmatrix} [c_1' = c_1 - c_2]$$

$$= (a-b)(b-c)(a-c) \begin{vmatrix} 0 & 1 & c+x \\ 0 & 1 & c+y \\ 1 & b+c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$= (a-b)(b-c)(a-c)(y-x)$$

$$= (a-b)(b-c)(c-a)(x-y)$$

06. যদি  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  হয় তবে B ম্যাট্রিক্স এর উপাদানসমূহ বের কর। [RUET. 09-10, BUET. 16-17]

**Solve** ধরি,  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$\text{এখন, } AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4a+3c & 4b+3d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\therefore 4a+3c = 10 \quad 4b+3d = 17; \quad 2a+c = 4 \quad 2b+d = 7$$

$$\text{সমাধান করে পাই, } \begin{matrix} a=1 & b=2 \\ c=2 & d=3 \end{matrix} \therefore B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

**উদাহরণ:**  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

$$\text{এখন, } AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} \cdot AB = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow I \cdot B = B = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{-1} \cdot A = I \\ I \cdot B = B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

07.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & c \\ 1 & a^3 & a^4 \end{vmatrix}$

[RUET.08-09]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & c \\ 1 & a^3 & a^4 \end{vmatrix} = 1(a^5 - a^6) - 1(a^4 - a^3) + 1(a^3 - a)$

$$= a^5 - a^6 - a^4 + a^3 + a^3 - a = a^5 - a^6 - a^4 + 2a^3 - a$$

08. মান নির্ণয় করঃ  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2b & 3c \\ (a^2-3ac) & (4b^2-3ac) & (9c^2-2ab) \end{vmatrix} \quad (abc \neq 0)$

[RUET. 06-07, 05-06]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 2b & 3c \\ (a^2-3ac) & (4b^2-3ac) & (9c^2-2ab) \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-2b & 2b-3c & 3c \\ (a^2-3ac-4b^2) & (4b^2-3ac-9c^2+2ab) & 9c^2-2ab \end{vmatrix}$$

$$[c_1' = c_1 - c_2; c_2' = c_2 - c_3]$$

$$= \begin{vmatrix} 2-2b & 2b-3c \\ a^2-4b^2 & 4b^2-3ac-9c^2+2ab \end{vmatrix}$$

$$= (a-2b) \begin{vmatrix} 1 & 2b-3c \\ a+2b & (2b-3c)(a+2b+3c) \end{vmatrix}$$

$$= (a-2b)(2b-3c) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+2b & a+2b+3c \end{vmatrix}$$

$$= (a-2b)(2b-3c)(a+2b+3c-a-2b) = 3c(a-2b)(2b-3c)$$

09.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2-bc & b^2-ca & c^2-ab \end{vmatrix}$

[RUET.05-06]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2-bc & b^2-ca & c^2-ab \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a-b & b-c & c \\ a^2-b^2-bc+ca & b^2-c^2-ca+ab & c^2-ab \end{vmatrix}; [C_1' = C_1 - C_2; C_2' = C_2 - C_3]$$

$$= \begin{vmatrix} a-b & b-c \\ (a+b)(a-b)+c(a-b) & (b+c)(b-c)+a(b-c) \end{vmatrix}$$

$$= (a-b)(b-c) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+b+c & b+c+a \end{vmatrix}$$

$$= (a-b)(b-c)(b+c+a-a-b-c) = 0$$

10.  $x$  এর সমাধান নির্ণয় কর:  $\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0 \quad (m \neq 0)$  [RUET.04-05]

**Solve**  $\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & a-x & x \\ 0 & 0 & m \\ b-x & x-b & b \end{vmatrix} = 0; [C_1 = C_1 - C_2; C'_2 = C_2 - C_3]$

$\Rightarrow (b-x) \{m(a-x) - 0\} = 0$

$\Rightarrow (b-x)(ma - mx) = 0$

$\Rightarrow m(a-x)(b-x) = 0$

$\therefore (a-x)(b-x) = 0; [\because m \neq 0] \Rightarrow x = a, b$

11.  $I$  অভেদ ম্যাট্রিক্স হলে  $B$  ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর:  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} B = I; I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  [RUET. 03-04]

**Solve** ধরি,  $B = \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{bmatrix} 4w+3y & 4x+3z \\ 2w+y & 3x+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{cases} 4w+3y=1 \\ 2w+y=0 \\ 4x+3z=0 \\ 2x+z=1 \end{cases}$

অর্থাৎ,  $w = -\frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}, y = 1, z = 2$  [সমাধান করে]

$\therefore B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

[বিঃদ্র:  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  ম্যাট্রিক্সের Inverse Matrix ই হচ্ছে  $B$ । এভাবেও অংকটি করা যায়।]



01. যদি  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  হয়, মান নির্ণয় কর:  $A^2 - 4A - 5I$ । [KUET.05-06]

**Solve**  $A \cdot A = A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1+4+4 & 2+2+4 & 2+4+2 \\ 2+2+4 & 4+1+4 & 4+2+2 \\ 2+4+2 & 4+2+2 & 4+4+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

$A^2 - 4A - 5I = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 8 \\ 8 & 8 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 9-4-5 & 8-8-0 & 8-8-0 \\ 8-8-0 & 9-4-5 & 8-8-0 \\ 8-8-0 & 8-8-0 & 9-4-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

02. যদি  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$  এবং  $C = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ , হয় তবে দেখাও

যে,  $(AB)C = A(BC)$

**Solve**  $AB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3-0 & 6-2 & 9-10 \\ 1-0 & 2-2 & 3-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

$BC = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-6+0 \\ 0-3+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\therefore L.H.S = (AB)C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-12-0 \\ 2-0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\therefore R.H.S = A(BC) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12+6 \\ -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\therefore L.H.S = R.H.S \therefore (AB)C = A(BC)$  (Showed)

03. যদি  $\begin{vmatrix} x-3 & 1 & -1 \\ 1 & x-5 & 1 \\ -1 & 1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$  [KUET.04-05]

**Solve**  $\begin{vmatrix} x-3 & 1 & -1 \\ 1 & x-5 & 1 \\ -1 & 1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x-3) \{(x-5)(x-3) - 1\} - 1(x-3+1) - 1(1+x-5) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x^2 - 5x - 3x + 15 - 1) - x + 2 - x + 4 = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x^2 - 8x + 14) - 2(x-3) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x^2 - 8x + 14 - 2) = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x^2 - 6x - 2x + 12) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-6)(x-2) = 0$

$\therefore x = 2, 3, 6$

04. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & 2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & -2a \\ -2b & 2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$  [KUET. 03-04]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & 2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & -2a \\ -2b & 2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$

$= (1+a^2+b^2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2b \\ 0 & 1+a^2+b^2 & 2a \\ -2b & 2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$

$= (1+a^2+b^2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2b \\ 0 & 1+a^2+b^2 & 2a \\ b & -a(1+a^2+b^2) & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$

$= (1+a^2+b^2)^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2b \\ 0 & 1 & 2a \\ b & -a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$

$= (1+a^2+b^2)^2 [1-a^2-b^2+2a^2-2b(-b)]$

$= (1+a^2+b^2)^3$  (Proved)



01.  $x$  এর সমাধান কর:  $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

[CUET. 13-14, RUET. 04-05, KUET. 04-05, BUET. 02, 13-14]

**Solve**  $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 3 \\ -x-1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [C_1' = C_1 - C_2]$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & x+4 & 5 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & x+7 & 8 \\ 0 & 5 & x+1 \end{vmatrix} = 0 [R_2' = r_1 + r_2]$

$\Rightarrow (x+1) [(x+7)(x+1) - 40] = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 8x - 33) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x+11)(x-3) = 0$

$\Rightarrow x = -1, -11, 3$

02. যদি  $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$  এবং  $A^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ ;  $\theta$  এর মান নির্ণয় কর।

[CUET. 09-10]

**Solve**  $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$   
 $= \begin{pmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{pmatrix}$

আবার,  $A^2 = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{vmatrix}$

$\therefore \cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos 2\theta = \cos 60^\circ = \cos \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow 2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \therefore \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

03.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2i \\ 0 & -2i & 0 \\ 2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$  দেখাও যে,  $A^2 + 4I = 0$ ,  $I$  একটি একক ম্যাট্রিক্স।

[CUET. 03-04]

**Solve**  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2i \\ 0 & -2i & 0 \\ 2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2i \\ 0 & -2i & 0 \\ 2i & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2i \\ 0 & -2i & 0 \\ 2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$   
 $= \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$

$\therefore A^2 + 4I = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   
 $= 0$  [Shown]



01. যদি  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  হয়, তাহলে  $B$  ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

[BUTEX. 2021-22]

**Solve**  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow (A^{-1}A)B = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\therefore B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

**উদাহরণ:** Let,  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4a+3c & 4b+3d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\therefore 4a+3c = 10$  এবং  $2a+c = 4$

$\therefore a = 1, c = 2$ ; [Using Calculator]

$4b+3d = 17$  এবং  $3b+d = 7$

$\therefore b = 2, d = 3$

$\therefore B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

02. কখন দুইটি ম্যাট্রিক্স গুণনের জন্য উপযোগী হবে?

[BUTEX. 2009-10]

**Solve** যদি প্রথম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান হয়।



01. যদি,  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  হয় তবে  $B$  এর ভুক্তিসমূহ ধাপ অনুযায়ী বের কর।

[MIST. 2021-22]

**Solve**  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

এখানে  $A_{11} = 1, A_{12} = -2, A_{21} = -3, A_{22} = 4$  এবং  $|A| = -2$

$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

and,  $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

আবার,  $AB = \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}AB = A^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 17 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

02.  $\begin{vmatrix} 3+x & 2 & 4 \\ 2 & x+3 & 4 \\ 2 & 4 & x+3 \end{vmatrix}$  সমাধান কর।

[MIST. 2020-21]

**Solve**  $\begin{vmatrix} 3+x & 2 & 4 \\ 2 & x+3 & 4 \\ 2 & 4 & x+3 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} (3+x)-2 & 2-(x+3) & 4-4 \\ 2-2 & -4+(x+3) & 4-(x+3) \\ 2 & 4 & (x+3) \end{vmatrix}$

$= 0 \because r_1' + r_1 - r_2 \cdot r_2' = r_2 - r_3$

$\Rightarrow \begin{vmatrix} (x+1) & -(x+1) & 0 \\ 0 & (x-1) & -(x-1) \\ 2 & 4 & (x+3) \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-1)(x+3+6) = 0$

$\therefore x = -9, -1, 1$

03.  $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$  হলে,  $A^2 = ?$

[MIST. 2019-20]

**Solve** এখানে,  $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  এবং  $(A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

অতএব,  $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 12 & -8 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$



04. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$  [MIST. 2018-19]

**Solve** L.H.S. =  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$

=  $\begin{vmatrix} 0 & a-b & a^2-b^2 \\ 0 & b-c & b^2-c^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} [r_1' = r_1 - r_2; r_2' = r_2 - r_3]$

=  $1\{(a-b)(b^2-c^2) - (a^2-b^2)(b-c)\}$  [১ম কলাম বরাবর বিস্তার করে]

=  $(a-b)(b-c)(b+c) - (a-b)(a+b)(b-c)$

=  $(a-b)(b-c)(b+c-a-b)$

=  $(a-b)(b-c)(c-a) = \text{R.H.S.}$

05. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$  [MIST. 2017-18]

**Solve** L.H.S. =  $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix}$

=  $\frac{1}{abc} \begin{vmatrix} ab^2+ac^2 & ab^2 & c^2a \\ a^2b & bc^2+a^2b & bc^2 \\ ca^2 & b^2c & ca^2+b^2c \end{vmatrix}$

=  $\frac{1}{abc} \cdot abc \begin{vmatrix} b^2+c^2 & b^2 & c^2 \\ a^2 & c^2+a^2 & c^2 \\ a^2 & b^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix}$

=  $\begin{vmatrix} 0 & b^2 & c^2 \\ -2c^2 & c^2+a^2 & c^2 \\ -2b^2 & b^2 & a^2+b^2 \end{vmatrix} [c_1 = c_1 - (c_2 + c_3)]$

=  $2c^2(a^2b^2+b^4-b^2c^2) - 2b^2(b^2c^2-c^4-c^2a^2)$

=  $2b^2c^2(a^2+b^2-c^2) - 2b^2c^2(b^2-c^2-a^2)$

=  $2b^2c^2(a^2+b^2-c^2-b^2+c^2+a^2)$

∴  $2b^2c^2 \cdot 2a^2 = 4a^2b^2c^2 = \text{R.H.S.}$  [Proved]

06.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  হলে  $A^{-1}$  নির্ণয় কর। [MIST. 2017-18]

**Solve**  $|A| = 1(3-1) - 2(2+1) + 5(2+3) = 21$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

∴  $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -13 \\ -3 & 6 & 9 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

∴  $A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{|A|} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -13 \\ -3 & 6 & 9 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

07. যদি  $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ ;  $A^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$   $\theta$  এর মান নির্ণয় কর। [MIST. 2017-18]

**Solve**  $A^2 = A$ ,  $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

=  $\begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$

আবার,  $A^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

∴  $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{2}$  বা,  $\cos 2\theta = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$

∴  $\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{6}; n \in \mathbb{Z}$

### SELF TEST

01. দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$

02.  $x \neq y \neq z$  হলে এবং  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$  হলে প্রমাণ কর যে,  $xyz + 1 = 0$

03.  $AB = \begin{bmatrix} 16 & -6 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  হলে A নির্ণয় কর। [Ans.  $\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ ]

04. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a^2+b^2+c^2)(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$

05.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  হলে,  $A^2 - 4A - 5I$  নির্ণয় কর। [Ans.  $I_{3 \times 3}$ ]

06. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin \alpha \\ 1 & \cos 2\beta & \sin \beta \\ 1 & \cos 2\gamma & \sin \gamma \end{vmatrix} = 2(\sin \beta - \sin \gamma)(\sin \gamma - \sin \alpha)(\sin \alpha - \sin \beta)$

07.  $\begin{bmatrix} x-y & y+z \\ 3w+z & 2x-4w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$  হলে x, y, z, w নির্ণয় কর। [Ans. (x, y, z, w) = (5, -3, 4, 2)]

08. বিস্তার ছাড়া প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} 6 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 2 & 8 \end{vmatrix} = 0$

09. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} a+\lambda & b & c \\ a & b+\lambda & c \\ a & b & c+\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(a+b+c+\lambda)$

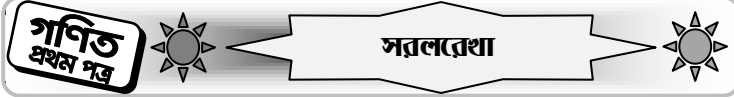
10. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & \sin \gamma \\ \cos \beta & \sin \beta & \cos \gamma \end{vmatrix} = \sin(\alpha + \beta + \gamma)$

11.  $F(x) = F(x-1) + F(x-2)$  যেখানে  $x \in \mathbb{Z}^+ - \{1\}$  এবং  $\begin{bmatrix} F(n) \\ F(n+1) \end{bmatrix} = A^n \begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \end{bmatrix}$  (যেখানে  $n \geq 0$ ) হলে,  $A = ?$  [Ans.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ]

12.  $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  সমীকরণের মূলগুলো a, b, c প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2p^3r$  [Ans.  $2p^3r$ ]

13.  $\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ a & b & x \end{vmatrix} = 0$  হলে x = ? [Ans. x = a, b, -(a+b)]

14. যদি  $A = \begin{bmatrix} i & -i \\ -i & i \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  হয় তবে  $A^8 = ?$  [Ans.  $128B$ ]



TOPICS	MAGNETIC DECISION [যা পড়বে]	VVI For This Year
TOPIC-01	স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার পরিবর্তন সম্পর্কিত	★
TOPIC-02	বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-03	ত্রিভুজের বিভিন্ন ধরনের কেন্দ্র নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-04	ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কিত	★★★
TOPIC-05	তিনটি বিন্দু সমরেখ হওয়া সম্পর্কিত	★★★
TOPIC-06	রম্বস, সামান্তরিক বা আয়তক্ষেত্রের এবং ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু নির্ণয়	★★★
TOPIC-07	বিন্দুর প্রতিবিম্ব নির্ণয়	★
TOPIC-08	সংগরপথের সমীকরণ নির্ণয়	★★★
TOPIC-09	সরলরেখার পরিচিতি ও ঢাল সংক্রান্ত	★
TOPIC-10	বিভিন্ন ধরনের সরলরেখার সমীকরণ	★★
TOPIC-11	লম্বরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-12	সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-13	দুইটি রেখা একই হওয়ার, লম্ব হওয়ার এবং সমান্তরাল হওয়ার শর্ত সংক্রান্ত	★★
TOPIC-14	লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-15	ছেদবিন্দু, ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ ও লম্বের পাদবিন্দু নির্ণয়	★★★
TOPIC-16	দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-17	দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★★★
TOPIC-18	রেখার সাপেক্ষে বিন্দুর অবস্থান, রেখার প্রতিবিম্ব নির্ণয় সংক্রান্ত	★★
TOPIC-19	অক্ষদ্বয়কে ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত	★
TOPIC-20	তিনটি রেখার সমবিন্দু হওয়া সম্পর্কিত সমস্যা	★★★
TOPIC-21	রেখা দ্বারা উৎপন্ন চতুর্ভুজের ও ত্রিভুজের প্রকৃতি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়	★★★
TOPIC-22	$\frac{x-x_1}{\cos\theta} = \frac{y-y_1}{\sin\theta} = \pm r$ সূত্র সংক্রান্ত	★★



01.  $y = 2 - |x - 2|$ , সমীকরণের গ্রাফকে  $y = k$  রেখাটি  $x$ -অক্ষের সাথে সমান দুইটি ক্ষেত্রে ভাগ করে। তবে  $k = ?$  [BUET. 2021-22]

**Solve**  $y = \begin{cases} 2 - \{-(x-2)\} \text{ বা, } x; \text{ যখন } x-2 < 0 \text{ বা, } x < 2 \\ 2 - (x-2) \text{ বা, } 4-x; \text{ যখন } x-2 \geq 0 \text{ বা, } x \geq 2 \end{cases}$

১ম রেখাটির জন্য,  $y = x$  এবং  $y = k$

$\therefore$  A বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(k, k)$

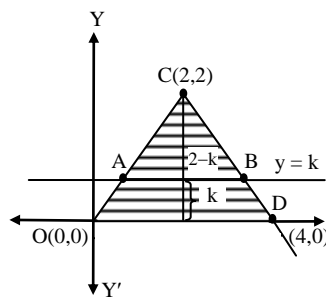
২য় রেখাটির জন্য,  $y = 4 - x = k$

$\Rightarrow x = 4 - k$

$\therefore$  B বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4 - k, k)$

প্রশ্নমতে, ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = OABD

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল।



$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (4 - 2k)(2 - k) = \frac{1}{2} \times k \times (4 - 2k + 4)$$

$$\Rightarrow 2(2 - k)^2 = k(8 - 2k)$$

$$\Rightarrow (2 - k)^2 = k(4 - k)$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k + 4 = 4k - k^2 \Rightarrow k^2 - 4k + 2 = 0$$

$\therefore k = 2 \pm \sqrt{2}$ , তবে  $k$  এর মান 2 এর চেয়ে বড় হতে পারে না।

$$\therefore k = 2 - \sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

02. (i)  $(a - 1)x + y = a$

[BUET. 2021-22]

(ii)  $(2, 2) \bullet \text{---} \bullet (b, 0)$

রেখাদ্বয়-

(ক) লম্ব হলে  $a$  ও  $b$  এর সম্পর্ক বের করো।

(খ) সমান্তরাল হলে  $a$  ও  $b$  এর সম্পর্ক বের করো।

**Solve** (i)  $\Rightarrow (a - 1)x + y = a$

$$\Rightarrow y = (1 - a)x + a \therefore m_1 = 1 - a;$$

$$\text{আবার, (ii) } \Rightarrow \frac{y - 2}{2 - 0} = \frac{x - 2}{2 - b}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{2 - b} - \frac{2b}{2 - b} \therefore m_2 = \frac{2}{2 - b}$$

$$\text{(ক) রেখাদ্বয় লম্ব হলে, } m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow (1 - a) \times \left(\frac{2}{2 - b}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 2a - 2 = 2 - b \Rightarrow 2a + b = 4 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{(খ) রেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে, } m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{2}{2 - b} = -(a - 1)$$

$$\Rightarrow (2 - b)(a - 1) = -2 \Rightarrow 2a + b - ab = 0 \text{ (Ans.)}$$

03. মূল বিন্দু হতে  $x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = k$  এবং  $x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta$  রেখাদ্বয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে 2 cm এবং 3 cm।  $k$  এর মান নির্ণয় কর। [BUET. 2019-20]

$$\text{Solve } \left| \frac{-k}{\sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}} \right| = 2$$

$$\Rightarrow \frac{k^2}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = 4$$

$$\Rightarrow 4k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 16$$

$$\Rightarrow (k \sin 2\theta)^2 = 4^2 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\left| \frac{-k \cos 2\theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} \right| = 3$$

$$\Rightarrow (k \cos 2\theta)^2 = 3^2 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

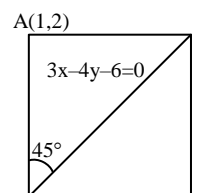
$$\{(i) + (ii)\} \text{ করে পাই, } k^2(\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) = 25 \Rightarrow k = \pm 5$$

04. A(1, 2) শীর্ষবিশিষ্ট বর্গের একটি কর্ণ  $3x - 4y - 6 = 0$  হলে, A বিন্দুগামী বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET. 2018-19]

**Solve** A(1, 2) বিন্দু দ্বারা  $3x - 4y - 6 = 0$  রেখা সিদ্ধ নয়।

$$\text{রেখার ঢাল, } m_1 = \frac{3}{4}; \tan 45^\circ = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

$$\Rightarrow 1 = \pm \frac{\frac{3}{4} - m_2}{1 + \frac{3m_2}{4}} \therefore m_2 = 7, -\frac{1}{7}$$



$$\therefore \text{নির্ণয়ে রেখা, } (y - 2) = 7(x - 1) \text{ এবং } (y - 2) = -\frac{1}{7}(x - 1)$$

05. দুটি সরলরেখা  $(-1, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা  $3x - y + 7 = 0$  রেখার সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ হতে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।

[BUET. 2016-17]

**Solve** ধরি, সরলরেখাদ্বয়  $y - 2 = m(x + 1)$ ;

$3x - y + 7 = 0$  এর ঢাল = 3

$$\tan 45^\circ = \pm \frac{m-3}{1+3m} \Rightarrow 1 = \pm \frac{m-3}{1+3m} \Rightarrow 1+3m = \pm(m-3)$$

(+) নিয়ে,  $m-3 = 1+3m \therefore m = -2$

(-) নিয়ে,  $-m+3 = 1+3m \therefore m = \frac{1}{2}$

$m = -2$  হলে, রেখাটি  $y - 2 = -2(x + 1) \therefore 2x + y = 0$

$m = \frac{1}{2}$  হলে, রেখাটি  $y - 2 = \frac{1}{2}(x + 1) \therefore x - 2y + 5 = 0$

যেহেতু, রেখাদ্বয়ের ঢাল  $-2$  ও  $\frac{1}{2}$  এবং  $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1 \therefore$  রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

06.  $y = 3$  সরল রেখার সমান্তরাল কোন রেখা  $y = (x - 3)^2 (x - 2)$  বক্র রেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক সেই বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [BUET. 2015-16]

**Solve**  $y = 3$  সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমাধান,  $y = k$

$y = k$  সরলরেখার ঢাল  $\frac{dy}{dx} = 0$

$$y = (x - 3)^2 (x - 2) \text{ বক্ররেখার ঢাল } \frac{dy}{dx} = 2(x - 3)(x - 2) + (x - 3)^2$$

$\therefore$  যেসব বিন্দুতে সরলরেখাটি বক্ররেখাকে স্পর্শ করবে সেসব বিন্দুতে উভয়ের ঢালের মান সমান হবে।

$$\therefore 0 = 2(x - 3)(x - 2) + (x - 3)^2 \therefore x = 3, \frac{7}{3}$$

$x = \frac{7}{3}$  হলে,  $y = \frac{4}{27}$ ;  $x = 3$  হলে,  $y = 0$

07. একটি সরলরেখা  $(1, 4)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয়ের সাথে প্রথম চতুর্ভাগে 8 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ গঠন করে তার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[BUET. 2015-16]

**Solve** এখানে,  $\frac{1}{2} ab = 8 \Rightarrow ab = 16 \dots\dots (i)$

$$\text{আবার, } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow bx + ay = 16$$

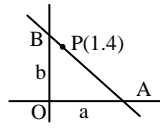
$$\Rightarrow b + 4a = 16 \text{ [যেখানে রেখাটি } (1, 4) \text{ বিন্দুগামী]}$$

$$\Rightarrow b = 4(4 - a) \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং হতে, } 4a(4 - a) = 16 \Rightarrow 4a - a^2 = 4$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Rightarrow (a - 2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\therefore b = 4(4 - 2) = 8 \therefore \text{নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ: } \frac{x}{2} + \frac{y}{8} = 1$$



08.  $2x - 3y + 4 = 0$  এবং  $2y - 3x - 1 = 0$  সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণগুলির সমদ্বিখণ্ডকসমূহ যথাক্রমে  $x$ -অক্ষকে  $P, R$  এবং  $y$ -অক্ষকে  $Q, S$  বিন্দুতে ছেদ করে। একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা সমদ্বিখণ্ডক সমূহের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $PS$  রেখার সমান্তরাল। [BUET. 2014-15]

$$\text{Solve } \frac{2x - 3y + 4}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \pm \frac{-3x + 2y - 1}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2}}$$

$$\Rightarrow 2x - 3y + 4 = -3x + 2y - 1 \text{ [+ চিহ্ন নিয়ে]}$$

$$\Rightarrow 5x + 5 = 5y \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow x - y = -1 \dots\dots(i)$$

আবার,  $2x - 3y + 4 = 3x - 2y + 1$  [- চিহ্ন নিয়ে]

$$\Rightarrow x + y = 3 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore P \equiv (-1, 0), R \equiv (3, 0); Q \equiv (0, 1), S \equiv (0, 3)$$

(i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু  $\equiv (1, 2)$

$$\text{PS রেখা: } \frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y - 0}{0 - 3} = \frac{x + 1}{-1 - 0}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{-3} = \frac{x + 1}{-1} \Rightarrow y = 3x + 3$$

$$\Rightarrow 3x - y + 3 = 0$$

$\therefore$  PS রেখার সমান্তরাল ও  $(1, 2)$  বিন্দুগামী রেখা:  $3x - y = 3 - 2 = 1$

$$\Rightarrow 3x - y - 1 = 0$$

09.  $x - y + 2 = 0$  সরলরেখাটি কোন পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দুতে তার অক্ষের উপর লম্ব এবং উপকেন্দ্র  $(1, -1)$  বিন্দুতে অবস্থিত। পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[BUET. 2003-04]

**Solve** ধরি, দিকাক্ষের সমীকরণ  $x - y + k = 0$

ফোকাস  $(1, -1)$  হতে দিকাক্ষের লম্ব দূরত্ব  $= 2 \times$  ফোকাস হতে  $x - y + 2 = 0$  রেখার দূরত্ব

$$\Rightarrow \frac{1 - (-1) + k}{\sqrt{2}} = 2 \times \frac{1 - (-1) + 2}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = 6$$

$\therefore$  দিকাক্ষের সমীকরণ,  $x - y + 6 = 0$

$$\therefore \text{নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ } \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2} = \frac{|x - y + 6|}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 4 = x^2 + y^2 + 36 - 2xy + 12x - 12y$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy - 16x + 16y - 32 = 0 \text{ (Ans.)}$$

10. যদি  $2x + by + 4 = 0$ ,  $4x - y - 2b = 0$  এবং  $3x + y - 1 = 0$  রেখাদ্বয় সমবিন্দু হয় তবে  $b$  এর মানগুলো নির্ণয় কর। [BUET. 2001-02]

$$\text{Solve} \text{ সমবিন্দু হবার শর্ত, } \begin{vmatrix} 2 & b & 4 \\ 4 & -1 & -2b \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(1 + 2b) - b(-4 + 6b) + 4(4 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 4b + 4b - 6b^2 + 28 = 0$$

$$\Rightarrow -6b^2 + 8b + 30 = 0 \Rightarrow 3b^2 - 4b - 15 = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6} = 3, -\frac{5}{3}$$

11.  $y = x$  সরলরেখা ভিত্তিক  $P(5, 6)$  বিন্দুর প্রতিবিম্বের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[BUET. 2001-02]

**Solve**  $y = x$  এর লম্ব সরলরেখা

$x + y = k$ , যা  $P(5, 6)$  বিন্দুগামী

$$\therefore \text{লম্বরেখা: } x + y = 5 + 6$$

$$\Rightarrow x + y - 11 = 0$$

এখন,  $x + y - 11 = 0$  ও  $y = x$

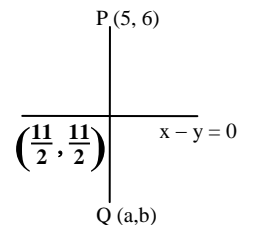
এর ছেদবিন্দুতে  $2y - 11 = 0$

$$\Rightarrow y = \frac{11}{2}, 3x = y = \frac{11}{2}$$

$\therefore$  ছেদবিন্দু  $\left(\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right)$ , প্রতিবিম্ব  $Q(a, b)$  হলে,

$$PQ \text{ এর মধ্যবিন্দু } \left(\frac{5 + a}{2}, \frac{6 + b}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, \frac{11}{2}\right) \Rightarrow a = 6, b = 5$$

সুতরাং প্রতিবিম্বের স্থানাঙ্ক  $(6, 5)$  (Ans.)

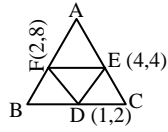


12. (1, 2), (4, 4) এবং (2, 8) যথাক্রমে ত্রিভুজ ABC এর বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু। ABC ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [BUET. 2001-02]

**Solve**  $\therefore \Delta DEF = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \end{vmatrix}$  sq. unit

$$= \frac{1}{2} \{1(4-8) - 2(4-2) + 1(32-8)\} u$$

$$= \frac{1}{2} (-4 - 4 + 24) u = 8 \text{ sq. unit}$$



যেহেতু D, E, F যথাক্রমে  $\Delta ABC$  এর বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু

$$\therefore \Delta ABC = 4 \times \Delta DEF = 4 \times 8 = 32 \text{ sq. unit}$$

13. k এর যে কোন মানের জন্য  $(2k-3)x + (3k-2)y - 4k + 1 = 0$  রেখাটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যায়, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [BUET.99-00]

**Solve**  $(2k-3)x + (3k-2)y - 4k + 1 = 0$

যেহেতু k এর যেকোনো মানের জন্য রেখাটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুগামী।

$$\therefore k=0 \text{ হলে, } (2.0-3)x + (3.0-2)y - 4.0 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 2y = 1 \dots (i)$$

$$\therefore k=2 \text{ হলে, } (2.2-3)x + (3.2-2)y - (4.2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x + 4y = 7 \dots (ii)$$

$$\therefore x = -1; y = 2 \text{ [Using Calculator] } \therefore \text{নির্ণেয় স্থানাঙ্ক} = (-1, 2)$$

14. 16 বর্গ একক ক্ষেত্রফলের একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক A: (-4, 6), B: (-1, -2) এবং C: (a, -2). 'a' এর মান এবং A বিন্দু হইতে BC বাহুর উপর লম্ব দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [BUET.95-96]

**Solve**  $\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 6 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ a & -2 & 1 \end{vmatrix} = 16$

$$\Rightarrow -4(-2+2) - 6(-1-a) + 1(2+2a) = 16 \times 2$$

$$\Rightarrow 6 + 6a + 2 + 2a = 32 \Rightarrow 8a = 24$$

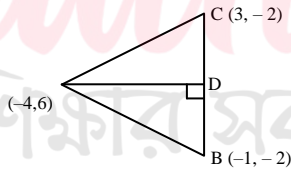
$$\therefore C \equiv (3, -2)$$

$$\therefore BC = \sqrt{(-2+2)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= 4 \text{ একক}$$

$$\text{Area} = 16 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = 16$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD = 16 \Rightarrow AD = 8 \text{ একক।}$$



15. A(2,1) ও B(5,2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে এরূপ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUET.96-97]

**Solve** AB রেখার সমীকরণ,  $\frac{y-1}{1-2} = \frac{x-2}{2-5} \Rightarrow 3y-3 = x-2$

$$\Rightarrow x - 3y + 1 = 0$$

$$\therefore \text{Here, } m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{AB এর লম্ব রেখার ঢাল} = -3$$

$$\therefore \text{AB রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{2+5}{2}, \frac{1+2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } y - \frac{3}{2} = -3 \left(x - \frac{7}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 2y - 3 = -3(2x - 7)$$

$$\Rightarrow 2y - 3 = -6x + 21$$

$$\Rightarrow 6x + 2y - 24 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + y - 12 = 0$$

16. ABC ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র G:  $\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  এবং ইহার দুইটি শীর্ষবিন্দু A: (-1, 0) এবং B: (1, 0). দেখাও যে, AD মধ্যমা BC বাহুর উপর লম্ব। [BUET.95-96]

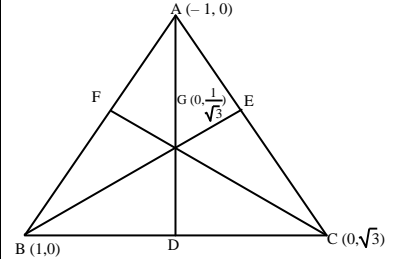
**Solve** ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

$$\therefore 0 = \frac{-1+1+x}{3} \Rightarrow x = 0$$

$$\therefore \frac{0+0+y}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}$$

$$\therefore C \equiv (0, \sqrt{3})$$



$$\text{BC রেখার ঢাল, } m_1 = \frac{\sqrt{3}-0}{0-1} = -\sqrt{3}$$

$$\text{AD রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}-0}{0+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এখন, } m_1 \cdot m_2 = -\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -1$$

যেহেতু পরস্পর দুটি লম্ব রেখার ঢালের গুণফল = -1

সুতরাং AD মধ্যমা BC বাহুর উপর লম্ব। (Showed)

17. সমাধান কর:  $x + \frac{1}{y} = \frac{8}{x} \dots (i)$  এবং  $y + \frac{1}{x} = \frac{x}{2} \dots (ii)$  [BUET.94-95]

**Solve**  $x + \frac{1}{y} = \frac{8}{x} \dots (i)$ ;  $y + \frac{1}{x} = \frac{x}{2} \dots (ii)$

$$(i) \Rightarrow$$

$$\frac{xy+1}{y} = \frac{8}{x}$$

$$\Rightarrow xy + 1 = \frac{8y}{x} \dots (iii)$$

$$(iii) \text{ ও } (iv) \text{ হতে, } \frac{8y}{x} = \frac{x^2}{2} \Rightarrow y = \frac{x^3}{16}$$

$$(ii) \Rightarrow \frac{x^3}{16} + \frac{1}{x} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^4 + 16 = 8x^2 \Rightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4 + (4)^2 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

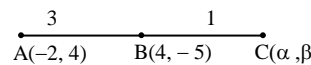
$$\therefore x = 2 \text{ হলে, } y = \frac{1}{2} \text{ এবং } x = -2 \text{ হলে, } y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান, } (x, y) = (2, \frac{1}{2}) \text{ এবং } (x, y) = (-2, -\frac{1}{2})$$



01. A ও B বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (-2, 4) এবং (4, -5)। AB এবং C বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল যেন AB = 3BC হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [RUET. 18-19]

**Solve** শর্তমতে,  $AB = 3BC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{3}{1} \therefore AB : BC = 3 : 1$



$$\therefore \frac{3\alpha - 2}{3 + 1} = 4 \Rightarrow 3\alpha - 2 = 16 \Rightarrow \alpha = 6$$

$$\text{আবার, } \frac{3\beta + 4}{3 + 1} = -5 \Rightarrow 3\beta + 4 = -20 \Rightarrow \beta = -8$$

$$\therefore \text{C বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (6, -8) \text{ (Ans.)}$$



02.  $\frac{x}{\phi} + \phi y = 1, \phi > 0$  রেখাটি মূল বিন্দু হতে  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  একক দূরত্বে থাকলে  $\phi$  এর মান নির্ণয় কর। [RUET. 18-19]

**Solve** মূলবিন্দু (0, 0) হতে রেখাটির দূরত্ব,  $P \frac{\left| \frac{0}{\phi} + 0 \times \phi - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{\phi^2} + \phi^2}}$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\phi^2} + \phi^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\phi^2}{1 + \phi^4} = \frac{1}{3} \text{ [বর্গ]}$$

$$\Rightarrow 3\phi^2 = \phi^4 + 1 \Rightarrow \phi^4 - 3\phi^2 + 1 = 0$$

$$\therefore \phi^2 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

যেহেতু,  $\phi > 0 \therefore \phi = \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}}$  বা,  $\phi = 0.618$  (প্রায়) ও  $1.618$  (প্রায়) (Ans.)

03. দুইটি রেখা  $x \sin \alpha - y \cos \alpha + c = 0$  এবং  $x \cos \alpha - y \sin \alpha + c = 0$  এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। রেখাদুটি x অক্ষের সাথে যে দুইটি কোণ তৈরি করে, সেইগুলিও নির্ণয় কর। [RUET. 12-13]

**Solve**  $m_1 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$ ;  $m_2 = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$

$$\tan \phi = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{1 + 1} = \pm \frac{1}{2 \tan \alpha} \frac{1}{-(1 - \tan^2 \alpha)}$$

$$= \pm \frac{1}{\tan 2\alpha} = \pm \frac{1}{\tan 2\alpha} = \pm \cot 2\alpha$$

$$\therefore \tan \phi = \pm \cot 2\alpha$$

(+) নিয়ে,  $\tan \phi = \cot 2\alpha = \tan \left( \frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) \therefore \phi = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$

(-) নিয়ে,  $\tan \phi = -\cot 2\alpha = \tan \left( \frac{\pi}{2} + 2\alpha \right) \therefore \phi = \frac{\pi}{2} + 2\alpha$

$m_1 = \tan \alpha$ ; ১ম রেখা x অক্ষের সাথে  $\alpha$  কোণ তৈরি করে

$m_2 = \cot \alpha = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

$\therefore$  ২য় রেখা x অক্ষের সাথে  $\left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$  কোণ তৈরি করে।

04. দুইটি রেখা  $x \sin \alpha - y \cos \alpha + c = 0$  এবং  $x \cos \alpha - y \sin \alpha + c = 0$  এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। রেখা দুটি x অক্ষের সাথে যে দুইটি কোণ তৈরি করে, সেইগুলোও নির্ণয় কর। [RUET. 2012-13]

**Solve**  $m_1 = \tan \alpha$ ,  $m_2 = \cot \alpha = \tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

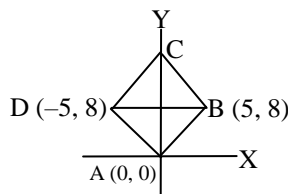
রেখা দুটি দ্বারা x অক্ষের সাথে সৃষ্ট কোণ  $\alpha$  ও  $\frac{\pi}{2} - \alpha$

$\therefore$  এদের মধ্যবর্তী কোণ  $= \left| \frac{\pi}{2} - \alpha - \alpha \right| = \left| \frac{\pi}{2} - 2\alpha \right|$

05. ABCD বর্গের A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0, 0) ও (5, 8)। D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [RUET: 2006-07]

Solve : যেহেতু D বিন্দুটি y অক্ষের সাপেক্ষে B বিন্দুর প্রতিবিম্ব

$\therefore$  D-এর স্থানাঙ্ক (-5, 8)



06. (7, 17) বিন্দুগামী এবং (1, 9) বিন্দু হতে 6 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [RUET: 2006-07]

**Solve** ধরি, রেখাটির সমীকরণ,

$$y - 17 = m(x - 7), \Rightarrow mx - y + 17 - 7m = 0$$

প্রশ্নমতে,  $\frac{m \cdot 1 - 9 + 17 - 7m}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 6$

$$\Rightarrow (8 - 6m)^2 = 36 + 36m^2$$

$$\Rightarrow 96m - 28 = 0 \Rightarrow m = \frac{7}{24}$$

$\therefore$  নির্ণেয় সরলরেখা,  $y - 17 = \frac{7}{24}(x - 7)$

$$\Rightarrow 24y - 408 = 7x - 49$$

$$\Rightarrow 7x - 24y + 359 = 0 \text{ (Ans.)}$$

07. দুইটি সরলরেখা (3, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x - y + 4 = 0$  রেখার সাথে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [RUET: 2005-06]

**Solve** (3, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,  $y - 4 = m(x - 3)$

$\therefore \tan 60^\circ = \pm \frac{1 - m}{1 + m}$  (+) নিয়ে,  $\sqrt{3} + \sqrt{3}m = 1 - m$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \pm \frac{1 - m}{1 + m}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \Rightarrow m = \sqrt{3} - 2$$

$\therefore y - 4 = (\sqrt{3} - 2)(x - 3)$

$$\Rightarrow (2 - \sqrt{3})x + y = 10 - 3\sqrt{3}$$

Similarly (-) sign নিয়ে,  $(2 + \sqrt{3})x + y = 10 + 3\sqrt{3}$

08. একটি সমান্তরাল সমীকরণ বের কর যা  $ax + by = 0$  এবং  $bx - ay + c = 0$  রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু দিয়া যায় এবং x-অক্ষের সমান্তরাল হয়। [RUET. 08-09]

**Solve**  $ax + by = 0$  .....(i);  $bx - ay + c = 0$  ...(ii)

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,  $ax + by + k(bx - ay + c) = 0$

$$\Rightarrow (a + kb)x + (b - ka)y + kc = 0 \text{ ..... (iii)}$$

$\therefore$  (iii) নং সরলরেখা x অক্ষের সমান্তরাল

$$\therefore a + kb = 0 \Rightarrow k = -\frac{a}{b}$$

(iii) হতে,  $\left( b + \frac{a}{b}a \right)y - \left( \frac{a}{b} \times c \right) = 0$

$$\Rightarrow (b^2 + a^2)y - ac = 0$$

09. (7, 17) বিন্দুগামী এবং (1, 9) বিন্দু হতে 6 একক দূরত্বে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [RUET. 06-07]

**Solve** (7, 17) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণঃ  $(y - 17) = m(x - 7)$

$$\Rightarrow mx - y - (7m - 17) = 0$$

প্রশ্নমতে,  $\frac{m \cdot 1 - 9 - (7m - 17)}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \pm 6$

$$\Rightarrow (m - 9 - 7m + 17)^2 = 36(m^2 + 1)$$

$$= 9(m^2 + 1) \Rightarrow 9m^2 - 24m + 16 = 9m^2 + 9$$

$$\Rightarrow 24m = 7 \therefore m = \frac{7}{24}$$

$\therefore$  নির্ণেয় সমীকরণঃ  $(y - 17) = \frac{7}{24}(x - 7)$

$$\Rightarrow 7x - 24y + 359 = 0$$

10. ABCD বর্গের A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0, 0) ও (5, 8) D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [RUET. 06-07]

**Solve** AB রেখার সমীকরণ,  $8x - 5y = 0$  .....(i)

∴ BC রেখার সমীকরণ,  $5x + 8y - 89 = 0$  .....(ii)

∴ AD রেখার সমীকরণ,  $5x + 8y = 0$  .....(iii)

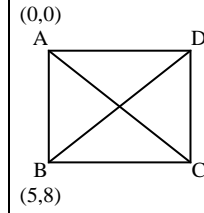
∴ AC কর্ণের সমীকরণ,  $(8x - 5y) = \pm(5x + 8y)$

(+) নিয়ে,  $3x - 13y = 0$  ..... (iv);

(-) নিয়ে,  $13x + 3y = 0$  ..... (v)

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক, (13, 3)

অথবা, (-3, 13) [(ii) এর সাথে, (iv) ও (v) সমাধান করে]



∴ CD রেখার সমীকরণ,  $8x - 5y - 89 = 0$  .....(vi);

$8x - 5y + 89 = 0$  ..... (vii)

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক, (8, -5)

অথবা, (-8, 5) [CD এবং AD রেখা সমাধান করে]

11. দুইটি সরলরেখা (3, 4) বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x - y + 4 = 0$  রেখার সাথে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [RUET. 05-06]

**Solve** (3, 4) বিন্দুগামী সরলরেখা সমীকরণ,  $y - 4 = m(x - 3)$ ;

$x - y + 4 = 0$  রেখার ঢাল = 1

$$\therefore \tan 60^\circ = \pm \frac{1 - m}{1 + m}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \pm \frac{1 - m}{1 + m}$$

(+) নিয়ে  $\sqrt{3} + \sqrt{3}m = -m$

$$\Rightarrow m = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \Rightarrow m = \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore y - 4 = (\sqrt{3} - 2)(x - 3)$$

$$\Rightarrow (2 - \sqrt{3})x + y = 10 - 3\sqrt{3}$$

Similarly (-) sign নিয়ে,  $(2 + \sqrt{3})x + y = 10 + 3\sqrt{3}$

12. A(1, 2), B(-3, 1), C(-2, -3) ও D(2, -2) চারটি বিন্দু। ABCD কি একটি ট্রাপিজিয়াম? [RUET. 05-06]

**Solve** AB এর ঢাল =  $\frac{2 - 1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$ ; CD এর ঢাল =  $\frac{-2 + 3}{2 + 2} = \frac{1}{4}$

∴ AB ∥ CD

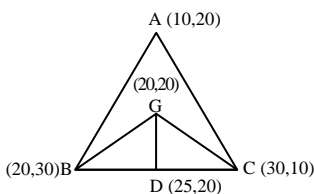
$$AD \text{ এর ঢাল } = \frac{-2 - 2}{2 - 1} = -4;$$

$$BC \text{ এর ঢাল } = \frac{1 + 3}{-3 + 2} = -4; AD \parallel BC$$

∴ ABCD ট্রাপিজিয়াম নয়।

13. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (10, 20), (20, 30) ও (30, 10) এ G ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র হলে, GBC ত্রিভুজের GD মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [RUET. 04-05]

**Solve** G এর স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{60}{3}, \frac{60}{3}\right) = (20, 20)$ ; D এর স্থানাঙ্ক (25, 20)



$$\therefore GD \text{ মধ্যমার দৈর্ঘ্য } = \sqrt{(25 - 20)^2 + (20 - 20)^2} = 5 \text{ (Ans.)}$$

14. (-1, -4), (5, 0) এবং (11, 4) বিন্দু তিনটি কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু কিনা তা যাচাই কর। [RUET. 03-04]

**Solve** A(-1, -4), B(5, 0), C(11, 4)

$$AB = \sqrt{(-1 - 5)^2 + (-4 - 0)^2} = 2\sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(5 - 11)^2 + (0 - 4)^2} = 2\sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{(-1 - 11)^2 + (-4 - 4)^2} = 4\sqrt{13}$$

$$\therefore AB = BC$$

∴ প্রদত্ত তিনটি বিন্দু একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু (Proved)



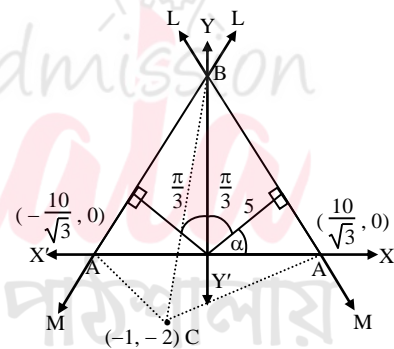
01. LM সরলরেখাটি মূলবিন্দু হতে 5 একক দূরবর্তী এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু হতে LM এর উপর অঙ্কিত লম্ব y অক্ষের যোগাযোগ দিকের সাথে  $\frac{\pi}{3}$  কোণ উৎপন্ন করে। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-1, -2) হলে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [KUET. 2019-20]

**Solve** LM 5ম চতুর্ভাগে উভয় অক্ষকে ছেদ করলে,

LM এর উপর লম্ব কর্তৃক x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ  $\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

লম্বের দৈর্ঘ্য P = 5 একক ∴  $LM = x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$

$$\Rightarrow x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = 5 \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{10} = 1$$



$$\therefore A\left(-\frac{10}{\sqrt{3}}, 0\right), B(0, 10), C(-1, -2)$$

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{10}{\sqrt{3}} & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \left| \frac{1}{2} \left\{ \frac{10}{\sqrt{3}} (10 + 2) + 1 (0 + 10) \right\} \right| = 5 + 20\sqrt{3} \text{ বর্গএকক}$$

LM 2য় চতুর্ভাগে উভয় অক্ষকে ছেদ করলে,  $\alpha = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$$\therefore LM = x \cos 150^\circ + y \sin 15^\circ = p \Rightarrow \frac{x}{-10} + \frac{y}{10} = 1$$

$$\therefore A'\left(-\frac{10}{\sqrt{3}}, 0\right), B(0, 10), C(-1, -2)$$

$$\therefore \Delta A'BC = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{10}{\sqrt{3}} & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} \right| = \left| \frac{1}{2} \left\{ -\frac{10}{\sqrt{3}} (10 + 2) + 1 (0 + 10) \right\} \right|$$

$$= 20\sqrt{3} - 5 \text{ বর্গ একক}$$

02. যদি  $3x + by + 1 = 0$  এবং  $ax + 6y + 1 = 0$  সরল রেখাদ্বয় (5,4) বিন্দুতে ছেদ করে, তবে a এবং b এর মান নির্ণয় কর। যদি প্রথম রেখাটি x- অক্ষকে A বিন্দুতে এবং দ্বিতীয় রেখাটি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 2019-20]

**Solve** রেখাদ্বয় (5,4) বিন্দুগামী বলে,

$$3.5 + b.4 + 1 = 0 \Rightarrow 4b = -16 \therefore b = -4$$

$$\text{এবং } a.5 + 6.4 + 1 = 0 \Rightarrow 5a = -25 \therefore a = -5$$

$$\Rightarrow 3x - 4y = -1$$

$$\text{প্রথম রেখা: } 3x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \therefore A = \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$

$$\text{দ্বিতীয় রেখা: } -5x + 6y + 1 = 0 \Rightarrow -5x + 6y = -1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{-1} = 1 \therefore B = \left(0, -\frac{1}{6}\right)$$

$$\text{AB এর সমীকরণ, } y - 0 = \frac{-\frac{1}{6} - 0}{0 + \frac{1}{3}} \left(x + \frac{1}{3}\right) \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3x + 1}{3}$$

$$\Rightarrow -6y = 3x + 1 \therefore 3x + 6y + 1 = 0$$

03.  $3x + 4y = 11$  এবং  $12x - 5y = 2$  রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[KUET. 13-14, 06-07; BUET. 06-07; CUET. 13-14]

**Solve** নির্ণেয় সমদ্বিখন্ডক,  $\frac{3x + 4y - 11}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$

$$= \pm \frac{12x - 5y - 2}{\sqrt{12^2 + 5^2}} \text{ যেহেতু, } a_1a_2 + b_1b_2 > 0$$

$\therefore (-ve)$  নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক পাওয়া যাবে।

$$\therefore \frac{3x + 4y - 11}{5} = -\frac{12x - 5y - 2}{13}$$

$$\Rightarrow 39x + 52y - 143 = -60x + 25y + 10$$

$$\Rightarrow 99x + 27y - 153 = 0 \Rightarrow 11x + 3y - 17 = 0$$

04.  $3x + 4y - 11 = 0$  এবং  $12x - 5y - 2 = 0$  রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 2006-07]

**Solve**  $a_1a_2 + b_1b_2 = 3 \times 12 + 4(-5) = 16 > 0$

$\therefore$  সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক,

$$\frac{3x + 4y - 11}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = -\frac{12x - 5y - 2}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}}$$

$$\Rightarrow 13(3x + 4y - 11) = -5(12x - 5y - 2)$$

$$\Rightarrow 39x + 52y - 143 = -60x + 25y + 10$$

$$\Rightarrow 99x + 27y - 153 = 0$$

05. (1, 2) বিন্দু হতে  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$  রেখার উপর লম্ব অংকিত করা হল। মূলবিন্দু হতে এই লম্বের দূরত্ব নির্ণয় কর। [KUET. 2005-06]

**Solve** লম্বটির সমীকরণ,

$$\sqrt{3}x + y + c = 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + 2 + c = 0$$

$$\Rightarrow c = -\sqrt{3} - 2$$

$$\therefore \sqrt{3}x + y - (\sqrt{3} + 2) = 0$$

$\therefore$  মূলবিন্দু (0, 0) হতে লম্বটির দূরত্ব,

$$= \frac{|\sqrt{3} \cdot 0 + 0 - (\sqrt{3} + 2)|}{\sqrt{3 + 1}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 2}{2}$$

06.  $\Delta ABC$  ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A (6,2), B(-3, 8) এবং C (-5, -3) হলে, A বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী উচ্চতা নির্দেশক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 2004-05]

**Solve**

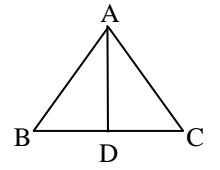
$$m_{BC} = \frac{-3 - 8}{-5 + 3} = \frac{-11}{-2} = \frac{11}{2}$$

$$m_{AD} = -\frac{2}{11}$$

$$\text{নির্ণেয় সমীকরণ, } y - 2 = -\frac{2}{11}(x - 6)$$

$$\Rightarrow 11y - 22 = -2x + 12$$

$$\Rightarrow 2x + 11y = 34 \text{ (Ans.)}$$



07.  $2x + 3y - 1 = 0$  এবং  $x - 2y + 3 = 0$  রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় কর। [KUET. 04-05]

**Solve**

$$\tan \theta = \pm \left( \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} \right) = \pm \left( \frac{-\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} \right)$$

$$= \pm \left( \frac{-\frac{4 - 3}{6}}{\frac{2}{3}} \right) [m_1 = -\frac{2}{3}; m_2 = \frac{1}{2}]$$

$$= \pm \left( \frac{-\frac{7}{6} \times \frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} \right) = \pm \left( \frac{-7}{4} \right) \tan \theta = \frac{7}{4} \text{ (সূক্ষ্মকোণের জন্য)}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{7}{4} = 60.255^\circ$$

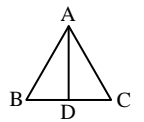
08.  $\Delta ABC$  ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A(6, 2), B(-3, 8) এবং C(-5, -3) হলে, A বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী উচ্চতা নির্দেশক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 04-05]

**Solve**

$$m_{BC} = \frac{8 + 3}{-3 + 5} = \frac{11}{2} \therefore m_{AD} = -\frac{2}{11}$$

$$\therefore \text{AD রেখার সমীকরণ, } y - 2 = -\frac{2}{11}(x - 6)$$

$$\Rightarrow 11y - 22 = -2x + 12 \Rightarrow 2x + 11y - 34 = 0$$



09. একটি সেট এমনভাবে গঠন করা হয়েছে যে, y-অক্ষে রেখা হতে এর যে কোন বিন্দুর দূরত্ব মূল বিন্দু থেকে তার দূরত্বের অর্ধেক। বিন্দুটির সম্ভাব্য পথ নির্ণয় কর। [KUET. 04-05]

**Solve**

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 3x^2 - y^2 = 0$$

10.  $x - 3y + 4 = 0$ ,  $x - 6y + 5 = 0$  এবং  $x + ay + 2 = 0$  রেখাদ্বয় সমবিন্দুগামী হলে তৃতীয় রেখার সাথে লম্ব এবং মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 03-04]

**Solve**

$$\text{সমবিন্দুর শর্তানুসারে, } \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 1 & -6 & 5 \\ 1 & a & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -12 - 5a + 3(2 - 5) + 4(a + 6) = 0$$

$$\Rightarrow -12 - 5a - 9 + 4a + 24 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore \text{তৃতীয় রেখাটির সমীকরণ } \Rightarrow x + 3y + 2 = 0$$

$$\therefore \text{তৃতীয় রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ } 3x - y + k = 0 \text{ যা } (0, 0) \text{ বিন্দুগামী}$$

$$\therefore k = 0 \therefore 3x - y = 0 \text{ (Ans.)}$$

11. P(4, 11) ও Q (-2, 2) দুইটি বিন্দু। PQ সরল রেখার লম্ব সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [KUET. 03-04; RUET. 04-05]

**[Solve]** PQ রেখার সমীকরণ,  $\frac{x-4}{4+2} = \frac{y-11}{11-2} \Rightarrow \frac{x-4}{6} = \frac{y-11}{9}$

$\Rightarrow 9x - 36 = 6y - 66$

$9x - 6y + 30 = 0$  রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$6x + 9y + k = 0$ ; ইচ্ছা  $\left(1, \frac{13}{2}\right)$  বিন্দুগামী,  $6 + 9 \cdot \frac{13}{2} + k = 0$

$\therefore k = \frac{-129}{2} \therefore 6x + 9y - \frac{129}{2} = 0 \Rightarrow 12x + 18y - 129 = 0$

**[উল্লেখ্য:]**  $\sqrt{(x-4)^2 + (y-11)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2}$   
 $\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 22y + 121 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4$   
 $\Rightarrow 12x + 18y = 129$



01.  $4y - 3x = 3$  এবং  $3y - 4x = 5$ , রেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [CUET. 09-10]

**[Solve]**  $\frac{3x-4y+3}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm \frac{4x-3y+5}{\sqrt{3^2+4^2}}$  যেহেতু,  $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$

$\Rightarrow (+)$  নিয়ে,  $x + y + 2 = 0$  এবং তাই,  $x + y + 2 = 0$  স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক।  $(-)$  নিয়ে,  $7x - 7y + 8 = 0$

02.  $y = 2x+1$  ও  $2y - x = 4$  রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটির সমদ্বিখন্ডকদ্বয় y অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। P ও Q এর দূরত্ব কত? [CUET. 08-09]

**[Solve]**  $\frac{2x-y+1}{\sqrt{2^2+1^2}} = \pm \frac{x-2y+4}{\sqrt{1^2+2^2}}$

$\therefore (+)$  নিয়ে,  $x + y - 3 = 0$  এবং  $(-)$  নিয়ে,  $3x - 3y + 5 = 0$

$x=0$  হলে,  $y=3, \frac{5}{3} \therefore P \equiv (0, 3); Q \equiv (0, \frac{5}{3}) \therefore PQ = \sqrt{0^2 + (3 - \frac{5}{3})^2} = \frac{4}{3}$

03.  $3x + 4y = 11$  এবং  $12x - 5y - 2 = 0$  রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের দ্বিখন্ডক নির্ণয় কর। [CUET. 07-08]

**[Solve]** এখানে,  $a_1a_2 + b_1b_2 = (3 \times 12) + 4(-5) = 16 > 0$ ; অতএব  $(-)$  নিয়ে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক পাওয়া যাবে।

$\therefore$  সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক:  $\frac{3x+4y-11}{5} = -\frac{12-5y-2}{13}$

$\Rightarrow 39x + 52y - 143 = -(60x - 25y - 10) = -60x + 25y + 10$

$\Rightarrow 99x + 27y - 153 = 0$

04.  $3x + \sqrt{3}y + 2 = 0$  এবং  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$  একই সরলরেখা হলে,  $\alpha$  এবং  $p$  এর মান নির্ণয় কর। [CUET. 04-05]

**[Solve]** যেহেতু সমীকরণদ্বয় একই সরলরেখা প্রকাশ করে,  $\frac{\cos \alpha}{3} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{3}} = \frac{p}{2}$

১ম ও ২য় অনুপাত থেকে,  $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \alpha = 30^\circ$  অথবা,  $210^\circ$   $\alpha = 30^\circ$  হলে,  $\frac{\sin 30^\circ}{\sqrt{3}} = -\frac{p}{2}$

$\therefore p = -\frac{1}{\sqrt{3}}$   $\alpha = 210^\circ$  হলে,  $\frac{\sin 210^\circ}{\sqrt{3}} = -\frac{p}{2} \therefore p = \frac{1}{\sqrt{3}}$   $\alpha = 30^\circ$

অথবা,  $210^\circ$  এবং  $p = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  অথবা,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (Ans.)

05. (-3, 6) বিন্দু হতে  $2x - y - 8 = 0$  সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। [CUET. 03-04]

**[Solve]** (-3, 6) বিন্দু হতে  $2x - y - 8 = 0$

সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ:  $x + 2y + k = 0$

$\Rightarrow (-3) + (2 \times 6) + k = 0$

$\Rightarrow k = -9$

$\therefore$  লম্ব রেখা:  $x + 2y - 9 = 0$  ..... (i)

আবার,  $2x - y - 8 = 0$  ..... (ii)

(i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু (5, 2)

$\therefore$  লম্ব দূরত্ব  $= \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + \{2 - 6\}^2} = 4\sqrt{5}$



01. ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো  $16(x-2)^2 + 25(y-3)^2 = 400$  উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয় ও মূলবিন্দু। উক্ত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [BUTEX. 2020-21]

**[Solve]**  $16(x-2)^2 + 25(y-3)^2 = 400$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{5^2} + \frac{(y-3)^2}{4^2} = 1$

$\therefore$  উপবৃত্তের উপকেন্দ্রদ্বয়  $\equiv (2 \pm \sqrt{5^2 - 4^2}, 3)$

অর্থাৎ (5, 3) এবং (-1, 3) এবং অপর বিন্দু মূলবিন্দু (0, 0)।

$\therefore$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} (5+1) \times 3 = 9$  বর্গএকক।

02.  $y = 1 + \frac{1}{x+2}$  বক্ররেখা x - অক্ষকে P বিন্দুতে এবং y - অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করলে PQ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUTEX. 2019-20]

**[Solve]**  $y = 1 + \frac{1}{x+2}$

x অক্ষকে ছেদ করলে  $y = 0$

$\therefore 1 + \frac{1}{x+2} = 0$

$\Rightarrow x + 2 = -1$

$\therefore x = -3$

$\therefore$  P বিন্দু (-3, 0)

y অক্ষকে ছেদ করলে  $x = 0$

$\therefore y = 1 + \frac{1}{0+2} = \frac{3}{2}$  অর্থাৎ বক্র রেখাটি y অক্ষকে  $Q(0, \frac{3}{2})$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$  PQ সরলরেখার সমীকরণ:  $\frac{y-0}{\frac{3}{2}-0} = \frac{x+3}{-3-0}$

$\Rightarrow 6y = 3x + 9 \Rightarrow x - 2y + 3 = 0$

03.  $x + 3y - 8 = 0$  রেখা থেকে 3 একক দূরবর্তী এবং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUTEX. 2018-19]

**[Solve]** (a) প্রদত্ত রেখা,  $x + 3y - 8 = 0$  ..... (i)

(ii) নং এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ,  $x + 3y + k = 0$  ..... (ii)

(i) ও (ii) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 3 একক হলে,  $\left| \frac{k+8}{\sqrt{1^2+3^2}} \right| = 3$

$\Rightarrow k + 8 = \pm 3\sqrt{10}$

$\Rightarrow k = -8 \pm 3\sqrt{10}$

$\therefore$  সমীকরণ,  $x + 3y - 8 \pm 3\sqrt{10} = 0$



04.  $(-2, 1)$  বিন্দু হতে  $3x + 4y = 8$  রেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। [BUTEX. 2010-11]

**Solve**  $(-2, 1)$  বিন্দু হতে  $3x + 4y = 8$  রেখার লম্ব দূরত্ব  

$$= \frac{|3 \times (-2) + 4 \times 1 - 8|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-6 + 4 - 8|}{5} = \frac{|-10|}{5} = 2$$
 একক

05. লম্বরূপে (perpendicular) সরলরেখার সমীকরণ লেখ। [BUTEX. 2009-10]

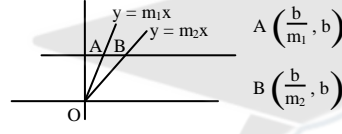
**Solve**  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

06.  $y + x = 0$  সরলরেখাটি (straight line)  $x$ -অক্ষের সহিত কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে? [BUTEX. 2009-10]

**Solve**  $\tan^{-1}(-1) = 135^\circ$

07. দেখাও যে,  $y = m_1x$ ,  $y = m_2x$  এবং  $y = b$  রেখাগুলি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{b^2}{2} \left( \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right)$  [BUTEX. 2008-09]

**Solve**  $y = m_1x$ ;  $y = m_2x$ ;  $y = b$

ছেদবিন্দু,  $y = b$ ,  $x = \frac{y}{m_1} = \frac{b}{m_1}$ ; 

$y = b$ ,  $x = \frac{y}{m_2} = \frac{b}{m_2}$

$x = 0$ ,  $y = 0$ ;  $(0, 0)$ ,  $\left(\frac{b}{m_1}, b\right)$  ও  $\left(\frac{b}{m_2}, b\right)$  হল ছেদবিন্দুত্রয়।

$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{b}{m_1} & b & 1 \\ \frac{b}{m_2} & b & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left[ \frac{b^2}{m_1} - \frac{b^2}{m_2} \right] = \frac{b^2}{2} \left[ \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right]$  (Showed)

08. AB এবং AC রেখা দুটির সমীকরণ যথাক্রমে  $3x + 2y - 12 = 0$  ও  $2x - y - 12 = 0$  AB রেখার উপর লম্ব AD রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUTEX. 2006-07]

**Solve**  $3x + 2y - 12 = 0$ ;  $2x - y - 12 = 0$

বজ্রগুণন সূত্র হতে,  $\frac{x}{-24 - 12} = \frac{y}{-24 + 36} = \frac{1}{-3 - 4}$

$\Rightarrow \frac{x}{-36} = \frac{y}{12} = \frac{1}{-7} \therefore x = \frac{36}{7}, y = -\frac{12}{7}$

$\therefore (x, y) = \left(\frac{36}{7}, -\frac{12}{7}\right)$

AB-এর ঢাল,  $= -\frac{3}{2} \therefore AD$  এর ঢাল  $= \frac{2}{3}$

$y + \frac{12}{7} = \frac{2}{3} \left(x - \frac{36}{7}\right) \Rightarrow 21y + 36 = 14x - 72$

$\Rightarrow 21y - 14x + 108 = 0$

09. P (x, y) বিন্দুটি একটি সরল রেখার উপর অবস্থিত যা Q (2, 3) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং A (-1, 2) B (-5, 4) বিন্দুগামী রেখার উপর লম্ব। দেখাও যে,  $2x - y - 1 = 0$  [BUTEX. 2005-06]

**Solve** AB রেখার ঢাল  $= \frac{4 - 2}{-5 + 1} = -\frac{1}{2} \therefore PQ$  রেখার ঢাল  $= 2$

P(x, y) ও Q (2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:  $\frac{y - 3}{x - 2} = 2$

$\Rightarrow (y - 3) = 2(x - 2)$

$\Rightarrow 2x - 4 = y - 3 \Rightarrow 2x - y - 1 = 0$

10. একটি টেক্সটাইল ইন্ডাস্ট্রিতে 200 এবং 400 একক পণ্য তৈরি করতে যথাক্রমে 800 টাকা এবং 1200 টাকা ব্যয় হয়। ব্যয় ধ্রুব এবং পণ্যের মধ্যকার রৈখিক সম্পর্ক নির্ণয় কর এবং তা থেকে 300 একক পণ্য তৈরির ব্যয় নির্ণয় কর। [BUTEX. 2005-06]

**Solve**  $800 = m \times 200 + c \dots (i)$

$1200 = m \times 400 + C \dots (ii)$

(i) ও (ii) থেকে :  $800 = 200m + 1200 - 400m$

$\Rightarrow 200m = 400 \Rightarrow m = 2$

$\therefore C = 800 - 400 = 400$

$\therefore$  রৈখিক সম্পর্কটি হবে,  $y = 2x + 400$

$x = 300$  একক পণ্যের জন্য খরচ  $y = 2 \times 300 + 400 = 1,000$  টাকা।

11. k-এর মান কত হলে  $5x + 4y - 1 = 0$  এবং  $2x + ky - 7 = 0$  রেখা দুটি সমান্তরাল হবে। [BUTEX. 2004-05]

**Solve**  $5x + 4y - 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{5}{4}x + \frac{1}{4} \dots (i)$

$2x + ky - 7 = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{k}x + \frac{7}{k} \dots (ii)$

(i) and (ii)  $\Rightarrow -\frac{5}{4} = -\frac{2}{k} \Rightarrow k = \frac{8}{5}$

12.  $y = 2x + 1$  এবং  $2y - x = 4$  রেখা দুইটি অন্তর্বর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডক y-অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এর দূরত্ব নির্ণয় কর। [BUTEX. 2003-04]

**Solve**  $y - 2x - 1 = 0$  এবং  $2y - x - 4 = 0$ ; কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ-

$\frac{y - 2x - 1}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \pm \frac{2y - x - 4}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow y - 2x - 1 = \pm (2y - x - 4)$

ধনাত্মক হলে,  $y - 2x - 1 = 2y - x - 4$

$\Rightarrow y + x - 3 = 0$

$\Rightarrow \frac{y}{3} + \frac{x}{3} = 1$ ; যা y অক্ষকে  $(0, 3)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

ঋণাত্মক হলে,  $y - 2x - 1 = -2y + x + 4 \Rightarrow 3y - 3x = 5$

$\therefore \frac{x}{-5} + \frac{y}{3} = 1$ ; যা y অক্ষকে  $Q\left(0, \frac{5}{3}\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore P \equiv (0, 3)$ ;  $Q \equiv \left(0, \frac{5}{3}\right)$

$\therefore PQ$ -এর দূরত্ব  $= \sqrt{(0 - 0)^2 + \left(3 - \frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4}{3}$

13. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে  $\frac{50}{\sqrt{3}}$  বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ গঠন করে এবং মূলবিন্দু হতে রেখাটির উপর অংকিত লম্ব x-অক্ষের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [BUTEX. 2002-03]

**Solve** ধরি, সরল রেখার সমীকরণ:  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

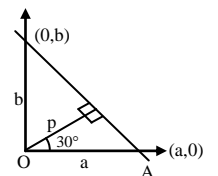
$\Rightarrow x \cos 30^\circ + y \sin 30^\circ = p$

$\Rightarrow x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + y \cdot \frac{1}{2} = p$

$\therefore \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{50}{\sqrt{3}}$

$a \times b = \frac{100}{\sqrt{3}}$ ;  $a = \frac{p}{\cos 30^\circ} = \frac{2p}{\sqrt{3}}$

$b = \frac{p}{\sin 30^\circ} = 2p$



$\therefore a = \frac{2p}{\sqrt{3}}$ ,  $b = 2p$  হলে  $\frac{2p}{\sqrt{3}} \cdot 2p = \frac{100}{\sqrt{3}} \Rightarrow p = 5$

$\therefore$  রেখাটির সমীকরণ,  $\sqrt{3}x + y = 10$

14. এমন দুটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর, যা  $7x + 13y - 87 = 0$  এবং  $5x - 8y + 7 = 0$  রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশ ছেদ করে। [BUTEX. 2001-02]

**Solve**  $7x + 13y - 87 = 0$ ..... (i)

$5x - 8y + 7 = 0$ ..... (ii)

বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে  $\frac{x}{91 - 696} = \frac{y}{-435 - 49} = \frac{1}{-56 - 65}$

$$\Rightarrow x = \frac{-605}{-121} = 5, y = \frac{-484}{-121} = 4$$

$\therefore$  তাদের ছেদবিন্দু (5, 4)

ধরি, নির্ণেয় রেখাটি  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  প্রশ্নমতে,  $a = \pm b$

$$\therefore \frac{x}{a} \pm \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x \pm y = a \text{ যেহেতু এটি (5, 4) বিন্দু}$$

$\therefore$  নির্ণেয় রেখাটির সমীকরণ  $x + y = 9$  ও  $x - y = 1$

15. এমন দুইটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $y + x\sqrt{3} = 1$  সরল রেখার সাথে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং যা (6, -7) বিন্দু দিয়ে যায়। [BUTEX. 2000-01]

**Solve** ধরি, সরলরেখার সমীকরণ,  $y = mx + c$  ..... (i)

(6, -7) বিন্দু হলে,  $-7 = 6m + c$  ..... (ii)

আবার,  $y + x\sqrt{3} = 1 \therefore m_1 = -\sqrt{3}$

$$\therefore \tan \theta = \pm \frac{m - m_1}{1 + mm_1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \pm \frac{m + \sqrt{3}}{1 - m\sqrt{3}}$$

(+) নিয়ে,  $m = 0$ ; (-) নিয়ে,  $m = \sqrt{3}$

$\therefore m = 0$  হলে,  $c = -7 \therefore y + 7 = 0$

আবার,  $m = \sqrt{3}$  হলে,  $c = -(7 + 6\sqrt{3})$

(i) নং এ c এর এবং m এর মান বসিয়ে পাই,  $\therefore y + 7 = 0$

এবং  $y = \sqrt{3}x - (7 + 6\sqrt{3})$



01. (-3, 6) বিন্দু হতে  $2x - y - 8 = 0$  সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক ও লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। [MIST. 2021-22]

**Solve** (-3, 6) বিন্দু হতে  $2x - y - 8 = 0$  সরলরেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ;  $x + 2y + k = 0$  যা (3, 6) বিন্দুগামী।

$$\Rightarrow (-3) + 2(6) + c = 0$$

$$\Rightarrow c = -9 \text{ লম্ব রেখার সমীকরণ: } x + 2y - 9 = 0$$

আবার,  $2x - y - 8 = 0$  ও  $x + 2y - 9 = 0$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু-ই পাদবিন্দু = (5, 2) এবং, (-3, 6) ও (5, 2)

বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব-ই হল লম্ব দূরত্ব।

$$= \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + \{2 - 6\}^2} = 4\sqrt{5}$$

02. একটি সরল রেখা (7, 17) বিন্দু দিয়ে যায় এবং (1, 9) বিন্দু হতে দূরত্ব 6 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [MIST. 2018-19]

**Solve** সমীকরণ: মনে করি, নির্ণেয় রেখার ঢাল = m

এখন, m ঢাল বিশিষ্ট এবং (7, 17) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$y - 17 = m(x - 7) \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{বা, } mx - y + 17 - 7m = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

(1, 9) বিন্দু হতে (ii) নং রেখার লম্ব দূরত্ব

$$= \left| \frac{m - 9 + 17 - 7m}{\sqrt{m^2 + 1}} \right|$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left| \frac{8 - 6m}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| = 6 \text{ বা, } \frac{(8 - 6m)^2}{m^2 + 1} = 36$$

$$\text{বা, } (8 - 6m)^2 = 36(m^2 + 1) \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 64 - 96m + 36m^2 = 36m^2 + 36$$

$$\therefore m = \frac{28}{96} = \frac{7}{24}$$

$$m \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } y - 17 = \frac{7}{24}(x - 7)$$

$$\text{বা, } 24y - 408 = 7x - 49$$

$$\therefore 7x - 24y + 359 = 0$$

03. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয় হতে সমান অংশে কটন করে এবং  $(\alpha, \beta)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তার সমীকরণ নির্ণয় করে। [MIST. 2017-18]

**Solve** ধরি, অক্ষদ্বয় হতে সমান সমান অংশে কটন করে এরূপ রেখাটির

$$\text{সমীকরণ } \frac{x}{a} + \frac{y}{\pm a} = 1$$

$$\text{বা, } x \pm y = a \text{ বা, } x + y = a$$

অথবা,  $x - y = a$  রেখাটি  $(\alpha, \beta)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে,  $a = \alpha + \beta$

অথবা,  $a = \alpha - \beta$

$\therefore$  নির্ণেয় রেখার সমীকরণ  $x + y = \alpha + \beta$  অথবা,  $x - y = \alpha - \beta$

04. দুইটি সরলরেখা (6, 7) বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা  $3x + 4y = 11$  রেখা সঙ্গে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [MIST. 2017-18]

**Solve** ধরি, (6, 7) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,  $y - 7 = m(x - 6)$

$$3x + 4y = 11 \text{ রেখার ঢাল} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \tan 45^\circ = \pm \frac{m + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}m}$$

$$\text{বা, } 1 = \pm \frac{4m + 3}{4 - 3m}$$

$$\text{বা, } 4 - 3m = \pm (4m + 3)$$

$$(+) \text{ নিয়ে, } 4 - 3m = 4m + 3 \text{ বা, } m = \frac{1}{7}$$

$$(-) \text{ নিয়ে, } 4 - 3m = -4m - 3 \text{ বা, } m = -7$$

$$\therefore \text{ রেখা দুইটির সমীকরণ, } y - 7 = \frac{1}{7}(x - 6) \text{ বা, } x - 7y + 43 = 0$$

$$\text{এবং } y - 7 = -7(x - 6) \text{ বা, } y - 7 = -7x + 42 \text{ বা, } 7x + y - 49 = 0$$

05. p (h, k) বিন্দু হতে মূলবিন্দুগামী সরলরেখার উপর লম্ব পাদবিন্দুর সম্ভারপথ নির্ণয় কর। [MIST. 2017-18]

**Solve** ধরি, মূলবিন্দু (0, 0) দিয়ে অতিক্রমকারী সরলরেখা সমীকরণ,

$$y = mx \text{ অর্থাৎ, } mx - y = 0 \dots \dots \dots (i)$$

p(h, k) বিন্দু এবং (i) রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ,

$$x + my = h + mk \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \text{ হতে পাই, } m = \frac{y}{x}$$

(ii) হতে সমীকরণে m এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + \frac{y}{x} \cdot y = h + \frac{y}{x} \cdot k \text{ বা, } x^2 + y^2 = hx + ky; \text{ যা নির্ণেয় সম্ভারপথের সমীকরণ।}$$